

微分積分学 II 自習用問題

(2013/10/03 配布)

1 色々な関数の不定積分

- 以下は自習用の練習問題です。レポートにして提出する必要はありません。
- 解答は <http://home.hiroshima-u.ac.jp/akira-kubo/lectures/13bibun2.html> に掲載します。

問 1.1. 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int x^{-1} dx \quad (2) \int x^{-3} dx \quad (3) \int x^{\frac{3}{2}} dx$$
$$(4) \int \sqrt[3]{x} dx \quad (5) \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad (6) \int \frac{\sqrt{x}}{x^2} dx$$

問 1.2. 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int (x^3 - 3x + 2) dx \quad (2) \int (x^4 - 4) dx \quad (3) \int (x^2 + 2 \sin x) dx$$
$$(4) \int \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2} dx \quad (5) \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)^2 dx \quad (6) \int \frac{(x+2)^2}{\sqrt{x}} dx$$

問 1.3. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log |f(x)| + C$ を利用して、次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{6x}{3x^2 + 2} dx \quad (2) \int \frac{x}{x^2 - 4} dx \quad (3) \int \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2} dx$$
$$(4) \int \frac{\cos x}{\sin x + 2} dx \quad (5) \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx \quad (6) \int \tan x dx$$
$$(7) \int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx \quad (8) \int \frac{1}{x \log x} dx \quad *(9) \int \frac{2x+1}{x^2+1} dx$$

問 1.4. 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int (2x+3)^4 dx \quad (2) \int \frac{1}{(2x+3)^2} dx \quad (3) \int (2x+3)\sqrt{2x+3} dx$$
$$(4) \int \frac{1}{3x-1} dx \quad (5) \int e^{3x-1} dx \quad (6) \int \cos(3x-1) dx$$
$$(7) \int \cos \frac{x}{2} dx \quad (8) \int \sin^2 x dx \quad (9) \int \frac{1}{\cos^2 2x} dx$$
$$(10) \int \frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}} dx \quad (11) \int \frac{1}{1+(x+1)^2} dx \quad (12) \int \frac{1}{4x^2+1} dx$$
$$(13) \int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx \quad (14) \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx \quad *(15) \int \frac{x}{x^2+2x+2} dx$$

問 1.5 (発展問題). $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx, \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$ をそれぞれ求めよ.

微分積分学 II 自習用問題

(2013/10/03 配布)

2 置換積分

- 以下は自習用の練習問題です. レポートにして提出する必要はありません.
- 解答は <http://home.hiroshima-u.ac.jp/akira-kubo/lectures/13bibun2.html> に掲載します.

問 2.1. 次の不定積分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) \int 2x\sqrt{x^2+1}dx & (2) \int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+2}}dx & (3) \int \frac{x}{x^4+1}dx \\ (4) \int 3x^2(x^3+1)^4dx & (5) \int \frac{x^2}{\sqrt{2x^3+1}}dx & (6) \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}}dx \\ (7) \int 2x \sin x^2 dx & (8) \int xe^{x^2} dx & (9) \int x^2e^{x^3} dx \end{array}$$

問 2.2. 次の不定積分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) \int \sin^2 x \cos x dx & (2) \int \cos^5 x \sin x dx & (3) \int (1 - \sin^2 x)^2 \cos x dx \\ (4) \int \sin x \sqrt[3]{\cos x + 2} dx & (5) \int e^{\sin x} \cos x dx & (6) \int \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 2x} dx \\ (7) \int \tan x dx & (8) \int \sin^3 x dx & *(9) \int \cos^5 x dx \end{array}$$

問 2.3. 次の不定積分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) \int \frac{\log x}{x} dx & (2) \int \frac{(\log x)^2}{x} dx & (3) \int \frac{1}{x \log x} dx \\ (4) \int (e^x + 1)^2 e^x dx & (5) \int e^x \sqrt[3]{e^x + 2} dx & (6) \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx \end{array}$$

問 2.4. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$ を利用して, 次の不定積分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) \int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx & (2) \int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx & (3) \int \frac{1}{\sqrt{5-x^2}} dx \\ (4) \int \frac{1}{\sqrt{4-(x-2)^2}} dx & (5) \int \frac{1}{\sqrt{4x-x^2}} dx & *(6) \int \frac{1}{\sqrt{1-4x-x^2}} dx \end{array}$$

問 2.5. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$ を利用して, 次の不定積分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) \int \frac{1}{4+x^2} dx & (2) \int \frac{1}{9+x^2} dx & (3) \int \frac{1}{5+x^2} dx \\ (4) \int \frac{1}{4+(x+1)^2} dx & (5) \int \frac{1}{x^2+2x+5} dx & *(6) \int \frac{1}{x^2+2x+6} dx \end{array}$$