

# 1 経済数学入門 II (自習用問題) : 累乗の微分

以下は自習用の練習問題です. レポート等で提出する必要はありません.

問題 1.1 次の式を「負の指数」を用いない形で表せ.

(1) $x^{-3}$	(2) $x^{-0.4}$	(3) $x^{-\frac{1}{2}}$	(4) $x^{-\frac{2}{3}}$
(5) $x^2y^{-3}$	(6) $2x^{-3}y^4$	(7) $0.6x^{0.4}y^{-0.4}$	(8) $\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}$
(9) $\frac{1}{x^{-3}}$	(10) $\frac{1}{x^{-0.4}}$	(11) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-3}$	(12) $\left(\frac{y}{x}\right)^{-0.4}$

問題 1.2 次の式を計算せよ (答えは「負の指数」を用いない形で表すこと).

(1) $x^2 \times x^{-5}$	(2) $x^{-1} \times x^{0.6}$	(3) $x^{-\frac{1}{6}} \times x^{-\frac{1}{2}}$
(4) $\frac{x^3}{x^4}$	(5) $\frac{x}{x^{-0.6}}$	(6) $\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{6}}}$
(7) $(x^6)^{\frac{1}{2}}$	(8) $(x^{0.5})^{-4}$	(9) $(x^{-\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}$
(10) $\frac{x^2y^3}{x^5y^2}$	(11) $\frac{x^{-2}y^{-3}}{x^{-5}y^2}$	(12) $\frac{x^{-0.4}y^{0.2}}{x^{0.6}y^{-0.8}}$

問題 1.3 次の微分を求めよ (答えは「負の指数」を用いない形で表すこと).

(1) $(x^3)'$	(2) $(x^6)'$	(3) $(x^{2018})'$
(4) $(x^{-1})'$	(5) $(x^{-2})'$	(6) $(x^{-2018})'$
(7) $(x^{1.4})'$	(8) $(x^{0.4})'$	(9) $(x^{-0.4})'$
(10) $(x^{\frac{5}{3}})'$	(11) $(x^{\frac{2}{3}})'$	(12) $(x^{-\frac{1}{3}})'$

## 2 経済数学入門 II (自習用問題) : 多項式の微分

以下は自習用の練習問題です. レポート等で提出する必要はありません.

問題 2.1 次の微分を求めよ (答えは「負の指数」を用いない形で表すこと).

$$\begin{array}{llll} (1) (2x^3)' & (2) (-3x^2)' & (3) (0.4x)' & (4) \left(-\frac{1}{5}\right)' \\ (5) (2x^{-1})' & (6) (3x^{-2})' & (7) (-4x^{0.3})' & (8) (-5x^{-0.4})' \\ (9) \left(2x^{\frac{3}{2}}\right)' & (10) \left(3x^{\frac{1}{2}}\right)' & (11) \left(-4x^{-\frac{1}{2}}\right)' & (12) \left(-\frac{3}{4}x^{\frac{5}{6}}\right)' \end{array}$$

問題 2.2 次の微分を求めよ.

$$\begin{array}{lll} (1) (2x - 3)' & (2) (-x + 4)' & (3) (5 - 0.2x)' \\ (4) (2x^2 - 3x + 4)' & (5) (3x^2 - 4x + 5)' & (6) \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}\right)' \\ (7) (2x^3 - 3x^2 + 4)' & (8) (2x^4 - 3x^3 + 4x)' & (9) (2x^5 - 3x^4 + 4x^2)' \end{array}$$

問題 2.3 次の微分を求めよ.

$$\begin{array}{ll} (1) ((x - 2)(3x + 4))' & (2) ((2x + 3)(4x - 5))' \\ (3) ((x^2 - 2)(3x + 4))' & (4) ((2x^2 + 3)(4x^2 - 5))' \\ (5) (x(2x - 5))' & (6) (x^2(2x - 5))' \\ (7) (x(2x^2 - 5))' & (8) (x^2(2x^3 - 5))' \\ (9) (x(x^2 + x - 1))' & (10) ((2x - 1)(x^2 + x - 1))' \end{array}$$

問題 2.4 次の微分を求めよ (答えは因数分解した形で答えること).

$$\begin{array}{lll} (1) ((2x + 3)^4)' & (2) ((3x - 4)^5)' & (3) ((x - 5)^6)' \\ (4) ((x^2 + 3)^4)' & (5) ((x^3 - 4)^5)' & (6) ((3x^4 - 5)^6)' \\ (7) ((x^2 + 3x + 4)^5)' & (8) ((x^3 - 4x + 5)^6)' & \\ (9) ((2x^3 + 4x - 5)^6)' & (10) ((x^3 - 3x^2 - 4)^5)' & \end{array}$$

問題 2.5 次の微分を求めよ (答えは「負の指数」を用いない形で表すこと).

(1)  $((2x + 3)^{-1})'$

(2)  $((3x - 4)^{-2})'$

(3)  $((-2x + 3)^{-4})'$

(4)  $((2x + 3)^{0.4})'$

(5)  $((3x - 4)^{-0.6})'$

(6)  $((x^2 - 3)^{0.4})'$

(7)  $\left((2x + 3)^{\frac{5}{3}}\right)'$

(8)  $\left((3x - 4)^{\frac{2}{3}}\right)'$

(9)  $\left((2x^3 - 4)^{-\frac{1}{3}}\right)'$

(10)  $((x^2 - 3x + 4)^{-5})'$

(11)  $((x^2 - 3x + 4)^{0.4})'$

(12)  $\left((x^2 - 3x + 4)^{\frac{2}{3}}\right)'$

### 3 経済数学入門 II (自習用問題) : 積の微分・商の微分

以下は自習用の練習問題です。レポート等で提出する必要はありません。

問題 3.1 次の微分を求めよ (答えは因数分解した形で答えること)。

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| (1) $(x(2x-5)^2)'$   | (2) $(x^3(2x-5)^4)'$ |
| (3) $(x^2(2x-5))'$   | (4) $(x^2(2x-5)^2)'$ |
| (5) $(x^4(2x-5)^2)'$ | (6) $(x^4(2x-5)^4)'$ |
| (7) $(x(2x-5)^4)'$   | (8) $(x^4(2x-5)^6)'$ |

問題 3.2 次の微分を求めよ。

- |  |  |  |
|--|--|--|
| (1) $\left(\frac{1}{x}\right)'$        | (2) $\left(\frac{1}{x^2}\right)'$      | (3) $\left(\frac{2}{x^3}\right)'$          |
| (4) $\left(\frac{1}{x+2}\right)'$      | (5) $\left(\frac{1}{2x-1}\right)'$     | (6) $\left(\frac{2}{3x-4}\right)'$         |
| (7) $\left(\frac{1}{(2x-5)^2}\right)'$ | (8) $\left(\frac{1}{(2x-5)^4}\right)'$ | (9) $\left(\frac{1}{(x^2-3x+4)^5}\right)'$ |

問題 3.3 次の微分を求めよ。

- |   |   |   |
|---|---|---|
| (1) $\left(\frac{2x+1}{x}\right)'$        | (2) $\left(\frac{2x-3}{x}\right)'$            | (3) $\left(\frac{3x-4}{x}\right)'$      |
| (4) $\left(\frac{x^2+2x+1}{x}\right)'$    | (5) $\left(\frac{x^2+2x-3}{x}\right)'$        | (6) $\left(\frac{2x^2+3x-4}{x}\right)'$ |
| (7) $\left(\frac{x^3+x^2+x+1}{x}\right)'$ | * (8) $\left(\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2}\right)'$ |   |

発展問題 3.4 次の微分を求めよ。

- |   |   |
|---|---|
| (1) $(x^{0.2}(2x-5)^{0.8})'$                            | (2) $(x^{0.6}(2x-5)^{0.4})'$                            |
| (3) $(x^{0.8}(2x-5)^{0.2})'$                            | (4) $(x^{0.5}(2x-5)^{0.5})'$                            |
| (5) $\left(x^{\frac{2}{5}}(2x-5)^{\frac{3}{5}}\right)'$ | (6) $\left(x^{\frac{1}{3}}(2x-5)^{\frac{2}{3}}\right)'$ |

発展問題 3.5 次の関数  $f(x)$  に対して, 停留点 ( $f'(x) = 0$  の解) を求めよ.

(1)  $f(x) = x(2x - 5)^2$

(2)  $f(x) = x^3(2x - 5)^4$

(3)  $f(x) = x^2(2x - 5)^2$

(4)  $f(x) = x^4(2x - 5)^4$

(5)  $f(x) = x(2x - 5)^4$

(6)  $f(x) = x^4(2x - 5)^6$

(7)  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x}$

(8)  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{x}$

(9)  $f(x) = x^{0.2}(2x - 5)^{0.8}$

(10)  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}(2x - 5)^{\frac{2}{3}}$

発展問題 3.6 費用関数が  $C(x) = x^2 + 3x + 4$  のとき, 次の問いに答えよ.

(1) 平均費用  $AC(x)$  を求めよ.

(2) 平均費用  $AC(x)$  を最小にする  $x$  の値を求めよ. ただし  $x > 0$  とする.

## 4 経済数学入門 II (自習用問題) : 2変数関数とそのグラフ

以下は自習用の練習問題です。レポート等で提出する必要はありません。

問題 4.1 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して,  $f(1, -2)$ ,  $f(3, 4)$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x - 2y$

(2)  $f(x, y) = -3x + 4y + 5$

(3)  $f(x, y) = x^2y$

(4)  $f(x, y) = \frac{3x - 2y + 1}{2x - y}$

(5)  $f(x, y) = x^2 - y^2 - 3x + 4y + 5$

(6)  $f(x, y) = x^2 + xy - 2y^2 + 4x - y + 3$

(7)  $f(x, y) = \min\{2x, y\}$

(8)  $f(x, y) = \min\{3x - 2y + 1, 2x - y\}$

問題 4.2 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  と定数  $c$  に対して,  $f(x, y) = c$  のグラフ (等高線) を描け.

(1)  $f(x, y) = 2x + y, c = 3$

(2)  $f(x, y) = 2x + y, c = 6$

(3)  $f(x, y) = x + 2y - 1, c = 3$

(4)  $f(x, y) = x + 2y - 1, c = 6$

(5)  $f(x, y) = xy, c = 6$

(6)  $f(x, y) = xy, c = 12$

(7)  $f(x, y) = \min\{x, y\}, c = 3$

(8)  $f(x, y) = \min\{x, y\}, c = 6$

(9)  $f(x, y) = \min\{2x, 3y\}, c = 6$

(10)  $f(x, y) = \min\{2x, 3y\}, c = 12$

## 5 経済数学入門 II (自習用問題) : 2 変数関数と偏微分

以下は自習用の練習問題です。レポート等で提出する必要はありません。

問題 5.1 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 偏微分  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = 2x + 3$

(2)  $f(x, y) = y^2 + 3y - 4$

(3)  $f(x, y) = 3x - 4y$

(4)  $f(x, y) = 3x^2 - 4y^3$

(5)  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + 3y - 4$

(6)  $f(x, y) = x^3 - 2y^2 + 3x - 4$

問題 5.2 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 偏微分  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x^3y^2$

(2)  $f(x, y) = 2x^3y^4$

(3)  $f(x, y) = xy$

(4)  $f(x, y) = 2xy^3$

(5)  $f(x, y) = x^{0.4}y^{0.6}$

(6)  $f(x, y) = x^{0.8}y^{0.2}$

(7)  $f(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$

\* (8)  $f(x, y) = \frac{x}{y}$

問題 5.3 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 偏微分  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = xy + x + y + 1$

(2)  $f(x, y) = 2xy - 3x + 4y - 5$

(3)  $f(x, y) = x^2 - 4xy + 4y^2$

(4)  $f(x, y) = 2x^2 - 3xy - 4y^2$

(5)  $f(x, y) = x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$

(6)  $f(x, y) = x^2 + 2xy - 3y^2 + 4y$

(7)  $f(x, y) = 2x^3 - 3xy^2 + 4x - 5y$

(8)  $f(x, y) = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

問題 5.4 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 2 階偏微分をすべて求めよ.

(1)  $f(x, y) = xy + x + y + 1$

(2)  $f(x, y) = 2xy - 3x + 4y - 5$

(3)  $f(x, y) = x^2 - 4xy + 4y^2$

(4)  $f(x, y) = 2x^2 - 3xy - 4y^2$

(5)  $f(x, y) = x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$

(6)  $f(x, y) = x^2 + 2xy - 3y^2 + 4y$

(7)  $f(x, y) = 2x^3 - 3xy^2 + 4x - 5y$

(8)  $f(x, y) = x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

\* (9)  $f(x, y) = \frac{x}{y}$

\* (10)  $f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

## 6 経済数学入門 II (自習用問題) : 2変数関数の停留点

問題 6.1 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 停留点を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x + 6y - 1$

(2)  $f(x, y) = x^2 - 2y^2 - 3x + 4y - 5$

(3)  $f(x, y) = xy - 2x + 3y - 4$

(4)  $f(x, y) = 2xy - x + 5$

問題 6.2 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 停留点を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$

(2)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 3x + 3y + 1$

(3)  $f(x, y) = -x^2 - 2xy - 4y^2 + 3x + 6y$

(4)  $f(x, y) = -x^2 + 3xy - 3y^2 - 2x + 3y + 6$

(5)  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + 3xy + 5y^2 - y - 4$

(6)  $f(x, y) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}xy - \frac{1}{5}y^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y$

(7)  $f(x, y) = x^3 + 6xy - 3y^2 + 6$

(8)  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^2 + xy - 3y^3 - 9$

発展問題 6.3 次の 2 変数関数  $f(x, y)$  に対して, 停留点を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^3 - 3y$

(3)  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + 4xy^2 - 4x$

(5)  $f(x, y) = x^3 + x^2 + xy + y^2$

(7)  $f(x, y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1$

(2)  $f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^2$

(4)  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + x^2y - 2y^2 - 4$

(6)  $f(x, y) = x^3 + x^2y + xy + y^2$

(8)  $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + xy^2 - y^2 - 2xy + 2y$



## 7 経済数学入門 II (自習用問題) : 利潤の最大化

問題 7.1 財 X, Y の価格をそれぞれ  $p, q$ , 財 X, Y を生産する企業の費用関数を  $C(x, y)$  とする. また企業が完全競争市場におけるプライステイカーであるとする. 各  $p, q, C(x, y)$  が次のように与えられるとき, 利潤  $\pi(x, y)$  を最大にする生産量  $(x^*, y^*)$  と, そのときの利潤  $\pi(x^*, y^*)$  を求めよ.

(1)  $p = 6, q = 10, C(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 + 1$

(2)  $p = 9, q = 15, C(x, y) = x^2 + xy + 2y^2 + 20$

(3)  $p = 9, q = 15, C(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 30$

(4)  $p = 5, q = 8, C(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + xy + y^2$

(5)  $p = 5, q = 8, C(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + xy + 2y^2$

(6)  $p = 6, q = 15, C(x, y) = x^2 + 2xy + 3y + 4y^2 + 5$

問題 7.2 財 X の需要関数を  $q = D(p)$ , 財 X を生産する企業 1, 2 の費用関数をそれぞれ  $C_1(x), C_2(y)$  とする. またこの市場が企業 1, 2 による複占であるとする. 各  $D(p), C_1(x), C_2(y)$  が次のように与えられるとき, クールノー均衡  $(x^*, y^*)$  と, そのときの市場価格  $p^*$  を求めよ.

(1)  $D(p) = 10 - p, C_1(x) = x^2, C_2(y) = y^2$

(2)  $D(p) = 18 - p, C_1(x) = x^2 + 3x, C_2(y) = y^2 + 3y$

(3)  $D(p) = 20 - p, C_1(x) = x^2 + x, C_2(y) = y^2 + 4y$

(4)  $D(p) = 11 - p, C_1(x) = \frac{1}{2}x^2, C_2(y) = y^2$

(5)  $D(p) = 26 - 2p, C_1(x) = x^2 + 5x, C_2(y) = y^2$

(6)  $D(p) = 14 - \frac{1}{2}p, C_1(x) = 2x, C_2(y) = y^2$

## 9 経済数学入門 II (自習用問題) : 等高線の傾き

問題 9.1 次の  $f(x, y)$  に対して,  $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)}$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = 3x + 4y$

(2)  $f(x, y) = 2x + 4y$

(3)  $f(x, y) = x^2 + y^2$

(4)  $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2$

(5)  $f(x, y) = xy + 2x + 3y$

(6)  $f(x, y) = 2xy + 4x$

(7)  $f(x, y) = x^2y^3$

(8)  $f(x, y) = xy$

問題 9.2 次の  $f(x, y)$  に対して, 公式を利用して  $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)}$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = xy$

(2)  $f(x, y) = xy^2$

(3)  $f(x, y) = x^2y^3$

(4)  $f(x, y) = x^4y^6$

(5)  $f(x, y) = x^{0.4}y^{0.6}$

(6)  $f(x, y) = x^{0.8}y^{0.2}$

(7)  $f(x, y) = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

(8)  $f(x, y) = x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{1}{5}}$

(9)  $f(x, y) = \frac{x}{y}$

(10)  $f(x, y) = \frac{y}{x}$

問題 9.3 次の  $f(x, y), g(x, y)$  に対して, 条件  $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)} = \frac{g_x(x, y)}{g_y(x, y)}$  を求めよ.

(1)  $f(x, y) = x^2 + y^2, \quad g(x, y) = x + y$

(2)  $f(x, y) = x^2 + 2y^2, \quad g(x, y) = 2x + 4y$

(3)  $f(x, y) = xy, \quad g(x, y) = x + y$

(4)  $f(x, y) = x^2y, \quad g(x, y) = 2x + 4y$

(5)  $f(x, y) = x^{0.4}y^{0.6}, \quad g(x, y) = 2x + 3y$

(6)  $f(x, y) = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}, \quad g(x, y) = 2x + 4y$

## 10 経済数学入門 II (自習用問題) : 制約つき最適化問題

問題 10.1 次の目的関数と制約条件に対して, 制約つき最適化問題の解  $(x, y)$  を求めよ.

- (1) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2 + y^2$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + y = 4$
- (2) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2 + 2y^2$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + 2y = 6$
- (3) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2 + y$ , 制約条件 :  $g(x, y) = 2x + y = 4$
- (4) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2 + 4y$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + y = 5$

問題 10.2 次の目的関数と制約条件に対して, 制約つき最適化問題の解  $(x, y)$  を求めよ. ただし,  $x, y > 0$  とする.

- (1) 目的関数 :  $f(x, y) = xy$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + y = 4$
- (2) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2y$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + 2y = 6$
- (3) 目的関数 :  $f(x, y) = x^2y^3$ , 制約条件 :  $g(x, y) = 2x + 3y = 10$
- (4) 目的関数 :  $f(x, y) = x^4y^2$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + 2y = 6$
- (5) 目的関数 :  $f(x, y) = x^{0.4}y^{0.6}$ , 制約条件 :  $g(x, y) = 2x + 3y = 10$
- (6) 目的関数 :  $f(x, y) = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x + 2y = 6$

問題 10.3 次の目的関数と制約条件に対して, 制約つき最適化問題の解  $(x, y)$  を求めよ. ただし,  $x, y > 0$  とする.

- (1) 目的関数 :  $f(x, y) = x + y$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x^2 + y^2 = 8$
- (2) 目的関数 :  $f(x, y) = 3x + 2y$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x^2 + 2y^2 = 11$
- (3) 目的関数 :  $f(x, y) = xy$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x^2 + y^2 = 8$
- (4) 目的関数 :  $f(x, y) = xy^4$ , 制約条件 :  $g(x, y) = x^2 + y^2 = 5$

## 11 経済数学入門 II (自習用問題) : 効用の最大化

問題 11.1 財 X, Y の価格がそれぞれ 2, 1, それらの財を消費する個人の所得が 12 であるとする. 次の効用関数  $U$  に対して, 効用を最大にする消費量  $x, y$  を求めよ (ただし  $x, y > 0$  とする).

(1)  $U(x, y) = x^2y^2$

(2)  $U(x, y) = x^4y^2$

(3)  $U(x, y) = x^3y^6$

(4)  $U(x, y) = x^5y^5$

問題 11.2 財 X, Y の価格がそれぞれ 2, 6, それらの財を消費する個人の所得が 18 であるとする. 次の効用関数  $U$  に対して, 効用を最大にする消費量  $x, y$  を求めよ (ただし  $x, y > 0$  とする).

(1)  $U(x, y) = x^{0.4}y^{0.4}$

(2)  $U(x, y) = x^{0.4}y^{0.2}$

(3)  $U(x, y) = x^{0.3}y^{0.6}$

(4)  $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$

問題 11.3 財 X, Y の価格がそれぞれ 2, 3, それらの財を消費する個人の所得が 24 であるとする. 次の効用関数  $U$  に対して, 効用を最大にする消費量  $x, y$  を求めよ (ただし  $x, y > 0$  とする).

(1)  $U(x, y) = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

(2)  $U(x, y) = x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$

(3)  $U(x, y) = x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{1}{4}}$

(4)  $U(x, y) = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$

## 12 経済数学入門 II (自習用問題) : 指数関数・対数関数

問題 12.1 次の値を求めよ.

- (1)  $\log_2 8$                       (2)  $\log_2 1$                       (3)  $\log_2 \frac{1}{2}$                       (4)  $\log_2 \frac{1}{32}$   
(5)  $\log_3 81$                       (6)  $\log_3 \frac{1}{27}$                       (7)  $\log_{10} 0.01$                       \*(8)  $\log_4 2$

問題 12.2 次の値を求めよ.

- (1)  $\log_2 3 + \log_2 \frac{2}{3}$                       (2)  $\log_2 \frac{4}{5} + \log_2 \frac{5}{16}$   
(3)  $\log_3 \frac{3}{2} - \log_3 \frac{3}{2}$                       (4)  $\log_3 \frac{15}{2} - \log_3 \frac{5}{6}$   
(5)  $\log_3 \frac{4}{3} + \log_3 \frac{5}{8} - \log_3 \frac{5}{2}$                       (6)  $\log_6 \frac{12}{35} - \log_6 \frac{2}{15} - \log_6 \frac{1}{14}$   
(7)  $2\log_2 \frac{3}{4} + \log_2 \frac{2}{9}$                       \*(8)  $\frac{1}{2} \log_5 16 - 2\log_5 10$

問題 12.3 近似値  $\ln 2 \doteq 0.3010$ ,  $\ln 3 \doteq 0.4771$  を用いて, 次の数の桁数を求めよ.

- (1)  $2^{50}$                       (2)  $2^{100}$                       (3)  $3^{100}$   
(4)  $4^{50}$                       (5)  $6^{100}$                       (6)  $12^{100}$

## 13 経済数学入門 II (自習用問題) : 対数関数の微分

問題 13.1 次の微分を求めよ.

- |                         |                               |
|-------------------------|-------------------------------|
| (1) $(\ln(2x))'$        | (2) $(\ln(2x-3))'$            |
| (3) $(\ln(x^2-3))'$     | (4) $(\ln(x^3-4))'$           |
| (5) $(\ln(x^2))'$       | (6) $(\ln(2x^3))'$            |
| (7) $(\ln(x^{-2}))'$    | (8) $(\ln(x^{\frac{1}{3}}))'$ |
| (9) $(\ln(2^x))'$       | (10) $(\ln(3^x))'$            |
| (11) $(\ln((2x-3)^4))'$ | (12) $(\ln((x^3-4)^5))'$      |

問題 13.2 次の  $f(x, y)$  に対して, 偏微分  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  を求めよ.

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| (1) $\ln(x^3y^2)$                         | (2) $\ln(x^3y^4)$                   |
| (3) $\ln(xy)$                             | (4) $\ln(2xy^3)$                    |
| (5) $\ln(x^{0.4}y^{0.6})$                 | (6) $\ln(x^{0.8}y^{0.2})$           |
| (7) $\ln(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}})$ | * (8) $\ln\left(\frac{x}{y}\right)$ |

問題 13.3 次の  $f(x, y)$  に対して,  $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)}$  を求めよ.

- |   |   |
|---|---|
| (1) $\ln(xy)$                             | (2) $\ln(xy^2)$                           |
| (3) $\ln(x^2y^3)$                         | (4) $\ln(x^4y^6)$                         |
| (5) $\ln(x^{0.4}y^{0.6})$                 | (6) $\ln(x^{0.8}y^{0.2})$                 |
| (7) $\ln(x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}})$ | (8) $\ln(x^{\frac{4}{5}}y^{\frac{1}{5}})$ |

問題 13.4 財 X, Y の価格がそれぞれ 4, 5, それらの財を消費する個人の所得が 60 であるとする. 次の効用関数  $U$  に対して, 効用を最大にする消費量  $x, y$  を求めよ (ただし  $x, y > 0$  とする).

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| (1) $U(x, y) = \ln(x^2y)$           | (2) $U(x, y) = \ln(x^3y^6)$                         |
| (3) $U(x, y) = \ln(x^{0.6}y^{0.2})$ | (4) $U(x, y) = \ln(x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}})$ |