

14 経済数学入門 II 小テスト (2019/01/16) : 解答・解説

クラス : 02 番号 :

氏名 :

問題 14.1. 財 Y の価格を 3, 労働賃金率を 2, 効用関数を $u(x, y) = x^4 y^2$ とする, このとき, 効用を最大にする労働時間 L を求めよ.

- 予算制約式は $3 \cdot y = 2 \cdot (24 - x)$, すなわち, $2x + 3y = 48$.

- 公式より, $\frac{u_x(x, y)}{u_y(x, y)} = \frac{4y}{2x} = \frac{2y}{x}$. また, $\frac{(2x + 3y)_x}{(2x + 3y)_y} = \frac{2}{3}$.

- よって, 効用 $u(x, y)$ を最大にする (x, y) は,

$$\begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{2}{3}, \text{ すなわち, } x = 3y \\ 2x + 3y = 48 \end{cases}$$

を解いて, $(x, y) = (16, \frac{16}{3})$.

- したがって, 効用を最大にする労働時間は $L = 24 - 16 = 8$.

問題 14.2. 財 Y の価格を 1, 労働賃金率を 2, 効用関数を $u(x, y) = 3xy - 2x^2 - y^2$ とする. ただし, この消費者は 1 日のうち 18 時間を労働と余暇に費やす ことにしている. このとき, 1 日の最適な労働時間 L を求めよ.

- 予算制約式は $1 \cdot y = 2 \cdot (18 - x)$, すなわち, $2x + y = 36$.

- $\frac{u_x(x, y)}{u_y(x, y)} = \frac{3y - 4x}{3x - 2y}$. また, $\frac{(2x + y)_x}{(2x + y)_y} = \frac{2}{1} = 2$.

- よって, 効用 $u(x, y)$ を最大にする (x, y) は,

$$\begin{cases} \frac{3y - 4x}{3x - 2y} = 2, \text{ すなわち, } 10x - 7y = 0 \\ 2x + y = 36 \end{cases}$$

を解いて, $(x, y) = (\frac{21}{2}, 15)$.

- したがって, 効用を最大にする労働時間は $L = 18 - \frac{21}{2} = \frac{15}{2}$. (= 7 時間 30 分)