

10 経済数学入門 II 小テスト (2018/12/05) : 解答・解説

クラス : 01 番号 :

氏名 :

問題 10.1. 次の目的関数と制約条件に対して, 制約つき最適化問題の解 (x, y) を求めよ.

(1) 目的関数 : $f(x, y) = x^2 y^3$, 制約条件 : $g(x, y) = 4x + 3y = 20$

- 公式より, $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)} = \frac{2y}{3x}$.

- $g_x(x, y) = 4, g_y(x, y) = 3$ より, $\frac{g_x(x, y)}{g_y(x, y)} = \frac{4}{3}$.

- よって,
$$\begin{cases} \frac{2y}{3x} = \frac{4}{3} \\ 4x + 3y = 20 \end{cases} \quad \text{すなわち,} \quad \begin{cases} y = 2x \\ 4x + 3y = 20 \end{cases}$$

を解いて, $(x, y) = (2, 4)$.

(2) 目的関数 : $f(x, y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}}$, 制約条件 : $g(x, y) = 4x + 3y = 20$

- 公式より, $\frac{f_x(x, y)}{f_y(x, y)} = \frac{\frac{1}{2}y}{\frac{1}{3}x} = \frac{3y}{2x}$.

- $g_x(x, y) = 4, g_y(x, y) = 3$ より, $\frac{g_x(x, y)}{g_y(x, y)} = \frac{4}{3}$.

- よって,
$$\begin{cases} \frac{3y}{2x} = \frac{4}{3} \\ 4x + 3y = 20 \end{cases} \quad \text{すなわち,} \quad \begin{cases} 9y = 8x \\ 4x + 3y = 20 \end{cases}$$

を解いて, $(x, y) = (3, \frac{8}{3})$.