

配布したプリントは <https://home.hiroshima-u.ac.jp/akira-kubo/lecture/20tsuron1ex.html> にも置いてあります.

提出課題 (No. 1)

次の A ~ C の問題から指定された 1 問を解き、レポートとして提出すること.

指定問題： 学籍番号下 1 桁が「0, 1, 2, 3 は A」「4, 5, 6 は B」「7, 8, 9 は C」

提出期限： 2020 年 4 月 25 日 14:35

問 1-A. $A \subset \mathbb{R}$ とする. 関数 $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ に対して, $\Gamma_f := \{(x, f(x)) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in A\}$ を f の「グラフ」という.

- (1) $B := \{(t+1, t^2-2) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\}$ はある関数 $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ のグラフとして表されることを示せ.
- (2) $C := \{(\cos t, \sin t) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\}$ はどんな関数 $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ のグラフとしても表されないことを示せ.

問 1-B. X を集合とする. 次が成り立つことを示せ.

- (1) X の部分集合 A, B に対して, $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c$.
- (2) X の部分集合族 $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に対して, $(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda)^c = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda^c$.

問 1-C. 写像 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x) = x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) で定める.

- (1) f は全射でも単射でもないことを示せ.
- (2) f は連続であることを (ε - δ 論法を用いて) 示せ.

以下は自習用問題です

問 1. X, Y を集合, $f: X \rightarrow Y$ を写像とする.

- (1) X の部分集合 A に対して, $A \subset f^{-1}(f(A))$ が成り立つことを示せ. また等号が成り立つかどうか調べよ.
- (2) X の部分集合族 $\{A_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に対して, $f(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda) \subset \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(A_\lambda)$ が成り立つことを示せ. また等号が成り立つかどうか調べよ.
- (3) Y の部分集合 B に対して, $f(f^{-1}(B)) \subset B$ が成り立つことを示せ. また等号が成り立つかどうか調べよ.
- (4) Y の部分集合族 $\{B_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ に対して, $f^{-1}(\bigcup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda) \subset \bigcup_{\lambda \in \Lambda} f^{-1}(B_\lambda)$ が成り立つことを示せ. また等号が成り立つかどうか調べよ.