

平成 13 年 5 月 2 日

物理科学セミナー B 演習問題 4

1. 変数分離の方法を用いて、以下の微分方程式の一般解を求めよ。
 - (a) $y' = 4y$
 - (b) $y' + x^2 = 0$
 - (c) $yy' + x = 0$
 - (d) $x^2y' + y = 0$
2. 与えられた初期条件のもとに次の微分方程式を解け。
 - (a) $y' = 2xy \quad (x = 0 \text{ のとき } y = 1)$
 - (b) $y' = e^{-y} \quad (x = 0 \text{ のとき } y = 1)$
 - (c) $y' + 2y = 4x \quad (x = 0 \text{ のとき } y = -2)$
3. 適当な変数変換をすることにより、以下の微分方程式の一般解を求めよ。
 - (a) $(x + y) + (x - y)y' = 0$
 - (b) $y^2 + (x^2 - xy)y' = 0$
4. 一様な重力場中で質量 M の物体を初速度ゼロで落下させる。このときこの物体はどのような運動をするか？次の二つの場合についてニュートン方程式を解け。
 - (a) 抵抗 \vec{F} が速度 \vec{v} に比例するとき $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$
 - (b) 抵抗 \vec{F} が速度 \vec{v} の 2 乗に比例するとき $\vec{F} = -\gamma|\vec{v}|\vec{v}$
5. ロケットを地球から脱出させ、再びもどってこないようにロケットに与えるべき最小のロケットの速さ（これを離脱速度と呼ぶ）を求めよ。また、ロケットを離脱速度で鉛直上方の打ち上げたとき、地上から高さ h に到達するまでの時間を求めよ。ただし地球の半径を R とする。