平成 13 年 5 月 16 日

物理科学セミナーB　演習問題　6

1. 以下の関数 $P(V,T)$ に対して、V 、T について二次までの偏導関数をすべて求めよ。

$$P(V,T) = \frac{RT}{V-\beta} - \frac{\alpha}{V^2}$$

2. ３つの変数 P,V,T の間に関係 $f(P,V,T)=0$ があるとき、以下が成り立つことを示せ。

$$\Big(\frac{\partial P}{\partial V}\Big)_T \Big(\frac{\partial V}{\partial T}\Big)_P \Big(\frac{\partial T}{\partial P}\Big)_V = -1$$

3. 任意の関数 $f(x)$、$g(x)$ に対して、$u(x,t)=f(x+vt)+g(x-vt)$ が

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

を満たすことを示せ。

4. $f(x,y,z) = 1/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ であるとき、以下を示せ。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$$

5. 以下はある多変数関数の全微分になっていることを示し、それを求めよ。
   (a)　$(3x^2-3y^2)dx - 6xydy$
   (b)　$(2x-y-z)dx + (2y-x-z)dy + (2z-x-y)dz$

6. 次の微分方程式が全微分方程式であることを確かめ、一般解を求めよ。
   (a)　$(x^3+2xy+y)dx + (y^3+x^2+x)dy = 0$
   (b)　$(3x^2y^2+\frac{1}{x})dx + \frac{2x^3y^2-1}{y}dy = 0$