平成 14 年 6 月 20 日

電磁気学演習 No.11 (電流と静磁場)

問 1 * **(回転)** 直交曲線座標系を (u_1, u_2, u_3) とすると, 第一基本量 g_i とは座標 u_i を微小量 δu_i 変化させた時, u_i 方向への位置ベクトルの移動距離 δs_i が, $\delta s_i = g_i \delta u_i$ と書ける量である. 例えば, 座標点 (u_1, u_2, u_3) と座標点 $(u_1 + \delta u_1, u_2, u_3)$ の間の距離は $g_1 \delta u_1$ である. これを用いると回転は以下のように表せることを示せ.

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \frac{1}{g_1 g_2 g_3} \begin{vmatrix} g_1 \boldsymbol{e}_1 & g_2 \boldsymbol{e}_2 & g_3 \boldsymbol{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ g_1 A_1 & g_2 A_2 & g_3 A_3 \end{vmatrix}$$

また、この結果を用いて、円柱座標系 (R, ϕ, z) で、

$$\nabla \times \boldsymbol{A} = \left[\frac{1}{R} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right] \boldsymbol{e}_R + \left[\frac{\partial A_R}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial R} \right] \boldsymbol{e}_\phi + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}(R A_\phi) - \frac{\partial A_R}{\partial \phi} \right] \boldsymbol{e}_z$$

極座標系 (r, θ, ϕ) で、

$$\begin{aligned} \nabla \times \boldsymbol{A} \quad = \quad & \left[\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta A_\phi) - \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \boldsymbol{e}_r \\ & + \left[\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \boldsymbol{e}_\theta + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \boldsymbol{e}_\phi \end{aligned}$$

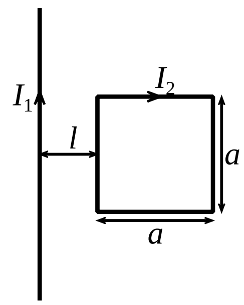
となることを示せ。

問 2 * **(直線電流による力)** z 軸と平行で点 $(a/2, 0, 0)$ 及び $(-a/2, 0, 0)$ を通る無限に長い 2 本の直線導線がある. このとき, 以下の問いに答えよ.

(a) 両方に同じ方向の電流 I が流れているとき, x-z 平面上の磁場の y 成分, $H_y(x)$ を x の関数としてグラフにあらわせ. また, 磁力線の概形も描け. さらに, 同じことを一方の導線の電流の向きを逆にした場合についても行え.

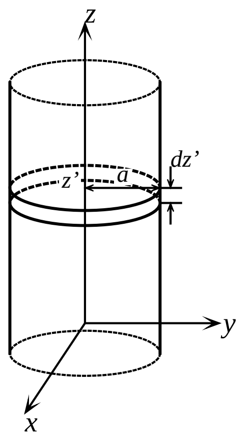
(b) 両方に同じ方向の電流 I が流れている場合, この導線の単位長さ当りにかかる力とその向きを求めよ. また、一方の導線の電流の向きを逆にした場合はどうか?

問 3 * **(直線, 正方形電流間の力)** 右図に示すように, 無限に長い直線導線と正方形導線が同一平面内にあり, それぞれに電流 I_1, I_2 が流れている. 正方形導線の一辺の長さを a, 直線導線と一番近い辺との距離を l とするとき, この 2 つの導線の間に働く力を求めよ.



問 4 ****(電気力と磁気力)** 電荷 q の粒子が直線導線と平行に距離 r を隔てて速度 $\boldsymbol{v}$ で動いている. 導線は単位長さあたり λ の一様な線電荷を持ち, 電流 I を流している. 粒子に働く力を消失させるには, 速度 $\boldsymbol{v}$ をどのように与えればよいか?

問 5 ***(ソレノイド)** z 軸を中心軸とする無限に長い半径 a の円柱がある. この円柱の表面には表面電荷密度 σ で一様に電荷が分布している. この円柱を z 軸を回転軸として角速度 ω で回転させた. 以下の問いに答えよ.



(a) 円柱を z 方向に微小な長さ dz' をもつ円環に分けて考える. この円環に流れる電流 dI を求めよ.

(b) z 座標が z' の位置にある円環上を流れる電流が原点に作る磁場を求めよ.

(c) 円柱表面に流れる全ての電流が原点に作る磁場を求めよ.

(d) z 軸上全ての点の磁場は原点の磁場と等しい. なぜか? その理由を考えよ.

問 6 ****(直線電流のベクトルポテンシャル)** z 軸に沿って無限に長い直線導線があり, 電流 I がこの導線に流れているとする. このときベクトルポテンシャルが

$$\boldsymbol{A} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}(\ln r)\boldsymbol{e}_z$$

と書けることを示し, これを用いて磁場 $\boldsymbol{B}$ を求めよ. ここで r は z 軸からの距離, $\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトルである.