平成 14 年 6 月 6 日

電磁気学演習 No.9 (体積・面積分の復習と導体系)

問 1 ***(体積・面積分)** 以下に示すような電荷分布を持った様々な物体がある. 各々の物体の持つ電荷を次のような手順により体積積分あるいは面積分を行い求めよ.

(1) その体積 (面積) が無限小の極限で電荷密度が一定とみなせる領域に分割する (例えば, 厚さが Δr の球殻など). その際, 物体の形状およびその微小体積 (面積) 領域をできるだけ正確に図示せよ. また, 半径, 高さ, 厚さなども書き入れよ.

(2) 上で見つけた微小体積 (面積) 領域にある電荷を求めよ.

(3) 微小領域にある電荷の総和を各領域の体積 (面積) 無限小の極限をとることにより積分の形に表し, 全電荷を求めよ.

以下, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ であり, ρ_0, σ_0 は定数とする.

(a) 原点を中心とする半径 a の球状領域内で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0 r^2$.

(b) 原点を中心とする半径 a の球状領域内で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0(x^2 + y^2)$.

(c) 原点を中心とする半径 a の球状領域内で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0|z|$.

(d) z 軸を中心軸とする半径 a, 底面が $z = 0$, 上面が $z = h > 0$ にある円柱内部で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0 z$.

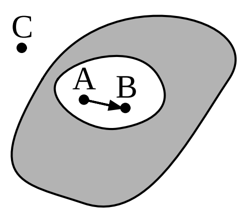
(e) 上と同じ円柱内部で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0 e^{-x^2-y^2}$.

(f) 上と同じ円柱内部で体積電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r}) = \rho_0|x|$.

(g) x-y 平面上で面電荷密度 $\sigma(x, y) = \sigma_0(a^2 + x^2 + y^2)^{-3/2}$.

(h) 半径 a の球面上で面電荷密度 $\sigma(\theta) = \sigma_0(\cos\theta)^2$. ただし, θ は z 軸と球面上の点と原点を結ぶ直線のなす角度.

問 2 ***(導体内空洞)** 図のような導体内空洞の A 点にあった電荷 q が同じく導体内空洞の B 点に移動した. このとき, 導体の外の C 点の電場は変化するかしないか? また, 空洞の外壁に現れる表面電荷密度は変化するかしないか?　理由とともに答えよ.



問 3 ***(導体系)** 電位係数 $P_{i,j}(i,j=1,2)$ とする 2 つの導体がある. まず, 第 1 導体のみに電荷 Q を与える. 次に細い導線で 2 つの導体を相互につなぐ. 以下の問いに答えよ.

(a) 2 つの導体の電位を V_1, V_2, 電荷を Q_1, Q_2 とするとき, これらの量の間の関係を述べよ.

(b) 導体をつないだ後に, 導体 2 が得た電荷を求めよ.

(c) 導体をつなぐ前と後で, 静電エネルギーはどれほど変化するか求めよ.

問 4 * **(球殻導体の電位係数, 容量係数)**

(a) 半径 a の導体球を同じ中心を持つ内半径 b, 外半径 $c(a<b<c)$ の導体球殻で包み, 内球に Q_1 の電荷を与えた場合, および外球に Q_2 の電荷を与えた場合の電位を場所の関数としてそれぞれ求めよ.

(b) この系の電位係数および, 容量係数を求めよ.

(c) 外球を接地するとき, 静電容量を求めよ.

問 5 *** **(電気映像法: 球＋点電荷)** 接地された半径 a の導体球がある. この球の中心から $r_a(>a)$ 離れた点 A に点電荷 q が置かれている. 以下の問いに答えよ.

(a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? その位置と電荷の大きさを求めよ.

(b) 導体表面における電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ.

(c) 導体表面の表面電荷密度 σ を求めよ.

(d) 導体表面にある電荷の総量 Q を求めよ.

(e) この電荷を A 点から無限遠まで引き離すのに必要なエネルギーを求めよ.