

平成 14 年 4 月 11 日

電磁気学演習 学力診断テスト

問題 1 (ベクトル)* 以下のベクトル関係式を証明せよ.

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) \cdot \mathbf{A} = (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B}$$

問題 2 (偏微分)* 位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の大きさを $r = |\mathbf{r}| = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ とする. 偏微分, $\partial r / \partial x, \partial r / \partial y, \partial r / \partial z$ をそれぞれ x, y, z 成分とするベクトルが以下の関係式を満たすことを示せ.

$$\left(\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y}, \frac{\partial r}{\partial z} \right) = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

問題 3 (体積積分)** 半径 R の球がある. この球の密度 (すなわち, 単位体積当たりの質量) ρ は球の中心からの距離 r の関数として

$$\rho(r) = \rho_0 + \rho_1 \frac{R}{r}$$

で与えられている. この球の質量を求めよ. ただし, ρ_0, ρ_1 は定数である.

問題 4 (勾配)* 以下のスカラー場 $f(\mathbf{r})$ の勾配 $\nabla f(\mathbf{r})$ を求めよ. ただし, \mathbf{r} は位置ベクトル (x, y, z) である.

$$f(\mathbf{r}) = x + y + z$$

問題 5 (勾配)** スカラー場 $f(\mathbf{r}), g(\mathbf{r})$ に対し, 次の関係式を示せ.

$$\nabla(fg) = f\nabla g + (\nabla f)g$$