平成 15 年 6 月 12 日

電磁気学演習 No.10 (電流と静磁場)

問 1 * z 軸を中心軸として x–y 平面上の置かれた半径 a の円環導線に電流 I_1 が流れている. 以下の問いに答えよ.

(a) 電流 I_1 が, z 軸上に作る磁場の z 成分が

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I_1 a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}} \tag{1}$$

であることをビオ・サバールの法則より示せ.

(b) 円柱座標 (R, ϕ, z) を使うと, 電流 I_1 の作る磁場 $\boldsymbol{B} = (B_R, B_\phi, B_z)$ は

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(RB_R) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \tag{2}$$

を満たす. なぜか? (ヒント:いかなる磁場も $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ を満たす.)

(c) z 軸からわずかな距離 ε だけ離れた点における磁場の R 成分 B_R は, 近似的に

$$B_R \sim \frac{3\mu_0 I_1 a^2}{4}\frac{z}{(a^2+z^2)^{5/2}}\varepsilon$$

となることを式 (1), (2) より示せ.

(d) a に対して十分小さな半径 b をもち, 電流 I_2 が流れている円環導線を z 軸を中心軸としておく. この小さな円環電流 I_2 の z 座標を z とするとき. この小さな円環電流は z 方向に

$$F_z \sim -\frac{3\pi\mu_0 I_1 I_2}{2}\frac{a^2 b^2}{(a^2+z^2)^{5/2}} z$$

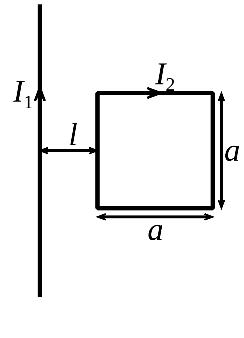
の力を受けることを示せ.

問 2 ***(直線電流による力)** z 軸と平行で点 $(a/2, 0, 0)$ 及び $(-a/2, 0, 0)$ を通る無限に長い 2 本の直線導線がある. このとき, 以下の問いに答えよ.

(a) 両方に同じ方向の電流 I が流れているとき, x-z 平面上の磁場の y 成分, $H_y(x)$ を x の関数としてグラフにあらわせ. また, 磁力線の概形も描け. さらに, 同じことを一方の導線の電流の向きを逆にした場合についても行え.

(b) 両方に同じ方向の電流 I が流れている場合, この導線の単位長さ当りにかかる力とその向きを求めよ. また、一方の導線の電流の向きを逆にした場合はどうか?

問 3 ***(直線, 正方形電流間の力)** 右図に示すように, 無限に長い直線導線と正方形導線が同一平面内にあり, それぞれに電流 I_1, I_2 が流れている. 正方形導線の一辺の長さを a, 直線導線と一番近い辺との距離を l とするとき, この 2 つの導線の間に働く力を求めよ.



問 4 ***(円形コイルによる磁場)** 半径 a の 2 つの円形コイルを距離 d 隔てて互いに中心軸が一致するように配置して, 電流 I を同じ向きに流すとき,

(a) 2 つのコイルの中心を結ぶ線分上にあり, この線分の中点からの距離が x である点での磁束密度を求めよ.

(b) コイルの中心を結ぶ線分上の中点近傍 ($x << a, d$) で, 磁束密度がほとんど変化しないようにするには $a = d$ とすれば良いことを示せ.

問 5 ****(直線電流のベクトルポテンシャル)** z 軸に沿って無限に長い直線導線があり, 電流 I がこの導線に流れているとする. このときベクトルポテンシャルが

$$\boldsymbol{A} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}(\ln r)\boldsymbol{e}_z$$

と書けることを示し, これを用いて磁場 $\boldsymbol{B}$ を求めよ. ここで r は z 軸からの距離, $\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトルである.