平成 15 年 7 月 10 日

電磁気学演習 No.14 (静電場、静磁場の復習)

問 1 ***(導体系)** 真空中に外半径 a、内半径 b の導体球殻があり, その中にこれと中心を同じくする半径 c の導体球がある $(a > b > c)$. 導体球, 導体球殻の電位を各々V_1, V_2 とし，$V_1 > V_2 > 0$ とするとき,

(a) ポアソン方程式を解くことにより, この系の静電ポテンシャル $\Phi(r)$ を中心からの距離 r の関数として求め, 図示せよ. 極座標系 (r, θ, φ) で関数 f が r のみの関数であるとき $\nabla^2 f(r) = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}(r^2\frac{df(r)}{dr})$ を用いてよい.

(b) この系の電場 $\boldsymbol{E}(r)$ を求め, 各導体の表面電荷の符号および電気力線の概形を図示せよ．さらに導体球の電荷 Q_1, 導体球殻の電荷 Q_2 を V_1, V_2 を用いて表し，容量係数 $C_{i,j}$ を求めよ. また電位係数 $P_{i,j}$ も求めよ.

(c) この系の静電エネルギーU を Q_1, Q_2, V_1, V_2 を用いて表し, これが$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2(\boldsymbol{r})dV$ を用いて計算した結果と一致することを示せ.

(d) 導体球殻を接地し, この導体系をコンデンサーとみなすとき静電容量 C を求めよ.

問 2 ***(クーロンの法則)** 半径 a の円盤があり, 中心軸からの距離を R とするとするとき，この円盤上に面密度 $\sigma(R) = \sigma_0 R^2$ で電荷が分布している. このとき円盤の中心軸上での静電ポテンシャル Φ および電場 $\boldsymbol{E}$ を中心からの距離 z の関数として求め, それらの概形を描け.

問 3 ***(ガウスの法則)** 外半径 a、内半径 b の球殻に電荷密度 ρ の一様な電荷が分布している. このとき電場 $\boldsymbol{E}$ および静電ポテンシャル Φ を中心からの距離 r の関数として求め．それを図示せよ. また, この系のポアソン方程式を解くことにより $\Phi(r)$ を求め結果が一致することを確かめよ.

問 4 ****(ビオ・サバールの法則)** 半径 a の円盤に一様な面電荷密度 σ で電荷が分布している. この円盤を中心軸まわりに角速度 ω で回転させるとき，中心軸上での磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を中心からの距離 z の関数として求めよ.

問 5 ***(アンペールの法則)** z 軸を中心とする半径 a の無限に長い円柱状導線に一様な電流が流れている. 電流の総量を I とするとき, この電流が導線の内部および外部に作る磁場 $\boldsymbol{B}$ を求め, 中心軸からの距離 R の関数として図示せよ.