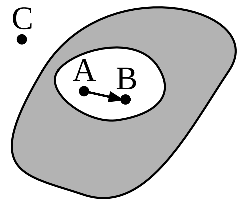
平成 16 年 5 月 27 日

電磁気学演習 No.6 (電気映像法)

問 1 ***(導体内空洞)** 図のような導体内空洞の A 点にあった電荷 q が同じく導体内空洞の B 点に移動した. このとき, 導体の外の C 点の電場は変化するかしないか? また, 空洞の外壁に現れる表面電荷密度は変化するかしないか? 理由とともに答えよ.



問 2 ***(導体球殻と球)** 半径 a の導体球を 内半径 b, 外半径 $c(a < b < c)$ の導体球殻で包む. 導体の中心を原点とするとき、以下の問いに答えよ.

(a) 内球の電荷が $Q_1 > 0$, 外球殻の電荷が $Q_2 < 0$ であるとき, 電場 $\boldsymbol{E}$, およびポテンシャル Φ を原点からの距離の関数として求めると共に, それらの関数のグラフを描け.

(b) $Q_1 = Q$, $Q_2 = -Q$ の場合について, この導体系の静電エネルギーおよび静電容量 C を求めよ.

問 3 ***(２つの円筒形導体)** 中心軸を共有する無限に長い半径 a および半径 b の円筒形の導体があり $(a > b)$, それぞれ軸に沿って単位長さ当たり $-q$, および q の電荷があるとする. 円筒の厚さを無視できるとするとき,

(a) 積分型ガウスの法則を用いて, 電場 $\boldsymbol{E}(R)$ を求め, 中心軸からの距離 R の関数として図示せよ.

(b) 上で求めた電場から, 静電ポテンシャル $\Phi(R)$ を求め, 図示せよ.

(c) 単位長さ当たりの静電エネルギー $U = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int \rho(\boldsymbol{r})\Phi(\boldsymbol{r})dV$ を計算せよ.

(d) 上で求めた静電エネルギーが $\dfrac{\varepsilon_0}{2}\displaystyle\int E(\boldsymbol{r})^2 dV$ と一致することを確かめよ.

(e) この導体系をコンデンサーと見なすとき, 単位長さ当たりの静電容量を求めよ.

問 4 ***(電気映像法: 平面＋点電荷)** 無限に広い接地された導体平面がある. この導体表面から距離 h 離れた点 A に, 点電荷 q が固定されている. 以下の問いに答えよ.

(a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? その位置と電荷の大きさを求めよ.

(b) 導体の外部におけるポテンシャル Φ を空間の関数として求めよ.

(c) 導体表面における電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ.

(d) 導体表面にある表面電荷密度 σ を求めよ.

(e) 導体表面にある電荷の総量 Q を求めよ.

(f) この点電荷を点 A から無限遠まで引き離すのに必要なエネルギーを求めよ.

問 5* **(コンデンサーの静電容量)** いくつかの導体系の静電容量 C が以下のように与えられることを示せ.

(a) 孤立した半径 a の導体球 (ただし, 無限遠に対してコンデンサーを作ると考えよ)

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a$$

(b) 面積 S, 間隔 d の平行平板コンデンサーで一方の極を絶縁し, 他方を接地した場合

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

(c) 内半径 a, 外半径 b の同心球からなるコンデンサーで, 外球を接地した場合

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

(d) 内半径 a, 外半径 b の同心球からなるコンデンサーで, 内球を接地した場合

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{b^2}{b-a}$$

(e) 内半径 a, 外半径 b の同軸円筒からなるコンデンサーで, 外筒を接地した場合（単位長さあたり）

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\log(b/a)}$$

(f) 半径 a, 間隔 d（ただし, $a << d$）の 2 本の十分長い平行導線（単位長さあたり）

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\log(d/a)}$$