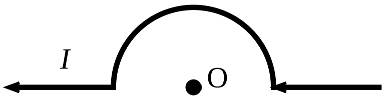
平成 18 年 6 月 29 日

電磁気学演習 No.11 [静磁場: ビオ・サバール (Biot-Savart) の法則]

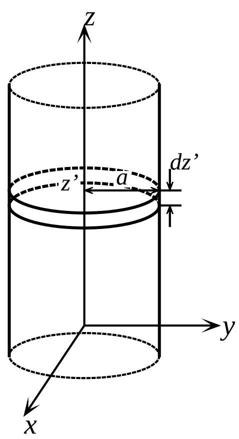
問 1 ***(円形電流)** 原点を中心とし， x-y 平面上に置かれている半径 a の円形導線に電流 I が流れている. z 軸上の磁場を座標 z の関数として求め, その大きさを z 関数として図示せよ.

問 2 ***(正方形電流)** 一辺 $2a$ の正方形導線に電流 I が流れている. その中心での磁場の大きさと方向を求めよ.

問 3 ***(円弧電流)** 半径 a の半円型導線を図のように直線導線につなぎ, 電流 I を流すとき, 中心 O における磁場の大きさと向きを求めよ.



問 4 ***(ソレノイド)** z 軸を中心軸とする無限に長い半径 a の円柱がある. この円柱の表面には表面電荷密度 σ で一様に電荷が分布している. この円柱を z 軸を回転軸として角速度 ω で回転させた. 以下の問いに答えよ.



(a) 円柱を z 方向に微小な長さ dz' をもつ円環に分けて考える. この円環に流れる電流 dI を求めよ.

(b) z 座標が z' の位置にある円環上を流れる電流が原点に作る磁場を求めよ.

(c) 円柱表面に流れる全ての電流が原点に作る磁場を求めよ.

(d) z 軸上全ての点の磁場は原点の磁場と等しい. なぜか? その理由を考えよ.

問 5 ****(回転球)** 半径 a の非導体球が電荷密度 ρ で一様に帯電している. ある直径の回りに一定角速度 ω でこの球を回転させるとき, 球の中心の磁場を求めよ.

ビオ・サバールの法則

電流密度 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r})$ の定常電流が作る磁束密度 $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})$ は、以下のようになる:

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \times (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\, dV'.$$

導線に定常電流 I が流れている場合, この導線が作る磁束密度は, この導線に沿った以下の線積分で与えられる (この関係を上の式から導け！):

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\boldsymbol{l}' \times (\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}.$$

なお, ビオ・サバールの法則に対応して静電場では, 電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ と電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r})$ の間に, 以下のガウスの法則があった:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}')(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\, dV'.$$