

平成 18 年 5 月 18 日

電磁気学演習 No.5 (静電エネルギー)

問 1 * 次の等式を証明せよ.

- (a) $\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = (\nabla f) \cdot \mathbf{A} + (\nabla \cdot \mathbf{A})f$
- (b) $\nabla \times (f\mathbf{A}) = (\nabla f) \times \mathbf{A} + (\nabla \times \mathbf{A})f$
- (c) $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$

問 2 ** ベクトル場 $\mathbf{A}(x, y, z) = -x^2y\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ に対して, $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ なる半球の表面に対する積分 $\iint (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S}$ とその周である x - y 平面上の円 $x^2 + y^2 = 1$ に対する積分 $\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ を計算し, ストークスの定理が成り立っていることを確かめよ.

問 3 ** (点電荷の静電エネルギー) 1 辺 a の正三角形の各頂点にそれぞれ負の点電荷 $-q$ が, 中心に正の点電荷 $+Q$ が置かれていて, 各々の点電荷に働く力は互いにつり合っている.

- (a) q と Q の間に成り立つ関係式を求め, このような点電荷の静電エネルギーを求めよ. また, その結果を物理的に説明せよ.
- (b) 点電荷 $+Q$ の位置が正三角形の中心から 1 つの頂点の方向へ微小な距離 d だけずれたとき, $+Q$ をもとの位置にもどすためのエネルギーを求めよ.

問 4 ** (点電荷の静電エネルギー) 無限に長い直線上に正負の点電荷 $\pm q$ が交互に並んでいる. 隣り合う電荷間の距離を a とするとき, 点電荷 1 個あたりの静電エネルギーを求めよ.

問 5 * (球状電荷) 真空中に半径 a の球があり, その内部に電荷 Q が一様に分布している. このとき,

- (a) ガウスの法則を用いて, この球状電荷によって作られる電場を求め, 原点からの距離 r の関数として図示せよ.
- (b) 静電ポテンシャルを求め, r の関数として図示せよ.
- (c) 静電エネルギーを求めよ.