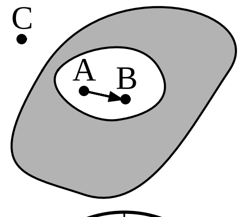
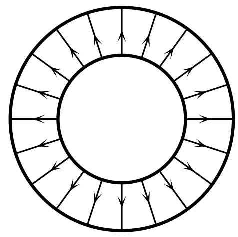
平成 18 年 6 月 1 日

電磁気学演習 No.7 (導体、電気映像法)

問 1 *(導体内空洞) 図のような導体内空洞の A 点にあった電荷 q が同じく導体内空洞の B 点に移動した. このとき, 導体の外の C 点の電場は変化するかしないか? また, 空洞の外壁に現れる表面電荷密度は変化するかしないか? 理由とともに答えよ.



問 2 *(導体球殻) 中心を共有する半径 a および半径 b の導体球殻がある ($b > a$ とする). この二つの導体のあいだに右図に示すような電気力線が生じており, それ以外の場所では電場はゼロであるとするとき以下の問いに答えよ.



(a) 定量的に問題を解く前にこの系の電場および静電ポテンシャルを r の関数としてグラフに描け. またどうしてそうなると考えるのかを論理的に説明せよ. グラフの曲率の正負にも注意せよ. さらに導体表面の電荷の符号はどうなるか?

(b) ガウスの法則を用いる方法とポアソン方程式を解く方法の二つの方法で電場および静電ポテンシャルを r の関数として求め, 結果が一致することを確かめよ. ただし, 内側の球殻表面の電場を E_0 とする.

(c) この系の静電エネルギーを求めよ.

(d) この系をコンデンサーとするとき静電容量を求めよ.

問 3 *(導体球殻と球) 半径 a の導体球を 内半径 b, 外半径 $c(a < b < c)$ の導体球殻で包む. 導体の中心を原点とするとき、以下の問いに答えよ.

(a) 内球の電荷が $Q_1 > 0$, 外球殻の電荷が $Q_2 < 0$ であるとき, 電場 $\boldsymbol{E}$, およびポテンシャル Φ を原点からの距離の関数として求めると共に, それらの関数のグラフを描け.

(b) 内球の表面の面電荷密度と外球殻の外側および内側表面の面電荷密度を求めよ.

(c) $Q_1 = Q$, $Q_2 = -Q$ の場合について, この導体系の静電エネルギーを求めよ.

問 4 *(電気映像法: 平面＋点電荷) 無限に広い接地された導体平面がある. この導体表面から距離 h 離れた点 A に, 点電荷 q が固定されている. 以下の問いに答えよ.

(a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? その位置と電荷の大きさを求めよ.

(b) 導体の外部におけるポテンシャル Φ を空間の関数として求めよ.

(c) 導体表面における電場 $\boldsymbol{E}$ を求めよ.

(d) 導体表面にある表面電荷密度 σ を求めよ.

(e) 導体表面にある電荷の総量 Q を求めよ.

(f) この点電荷を点 A から無限遠まで引き離すのに必要なエネルギーを求めよ.

問 5* (コンデンサーの静電容量) いくつかの導体系の静電容量 C が以下のように与えられることを示せ.

(a) 孤立した半径 a の導体球 (ただし, 無限遠に対してコンデンサーを作ると考えよ)

$$C = 4\pi\varepsilon_0 a$$

(b) 面積 S, 間隔 d の平行平板コンデンサーで一方の極を絶縁し, 他方を接地した場合

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

(c) 内半径 a, 外半径 b の同心球からなるコンデンサーで, 外球を接地した場合

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

(d) 内半径 a, 外半径 b の同心球からなるコンデンサーで, 内球を接地した場合

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{b^2}{b-a}$$

(e) 内半径 a, 外半径 b の同軸円筒からなるコンデンサーで, 外筒を接地した場合（単位長さあたり）

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\log(b/a)}$$

(f) 半径 a, 間隔 d（ただし, $a << d$）の 2 本の十分長い平行導線（単位長さあたり）

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\log(d/a)}$$