

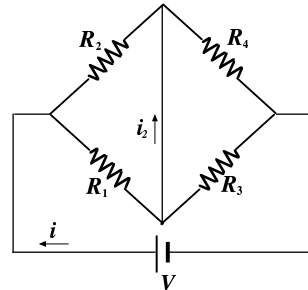
電磁気学演習 No.9 (導体系の復習、電気回路)

問 1* (2つの導体円筒) 真空中に中心軸を共有する無限に長い2つの導体円筒があり, それらの半径を a および b ($b > a$) とする. 外側の導体円筒は接地されており, その電位はゼロ, 内側の導体円筒の電位を $V > 0$ とする.

- (a) 中心軸からの距離を R する. $b > R > a$ でこの系のポアソン方程式を解くことにより, 静電ポテンシャル, 電場の R 成分 $E_R(R)$ を求め, R の関数として図示せよ.
- (b) 半径 a の円筒の外側表面の面電荷密度 σ_a および, 半径 b の円筒の内側表面の面電荷密度 σ_b を求めよ.
- (c) この2つの導体円筒の軸方向単位長さあたりの静電エネルギー U を計算せよ. (その際, $R > b$ および $R < a$ での電場についても考察せよ.)
- (d) この系をコンデンサーとみなすとき, 軸方向単位長さあたりの静電容量 C を求めよ.
- (e) 電位 V を一定に保ったまま内側円筒の半径を変化させる. このとき, 内側円筒の外側表面の電場の大きさを最大にする半径を求めよ.

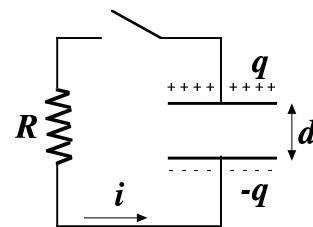
問 2* (Wheatstone ブリッジ) 図のように4個の抵抗, R_1, R_2, R_3, R_4 と電圧 V の直流電源がつながれた回路がある. このとき,

- (a) Kirchhoff (キルヒホッフ) の法則をもちいて, 電流 i および i_2 を求めよ.
- (b) i_2 がゼロであるためには4個の抵抗の間どのような関係が成り立たなければならないか?



問 3* (RC 回路) 図のような, 互いに平行で距離 d だけ離れた面積 S の2つの導体平板からなるコンデンサー, 抵抗 R , スイッチが直列につながれた電気回路がある. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, 2つの導体平板に対し d は十分小さく, コンデンサー内の電場が一様であると仮定して良いとする.

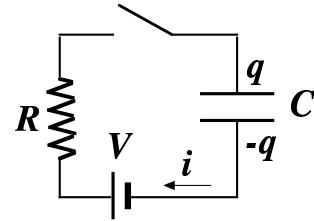
- (a) このコンデンサーの静電容量を求めよ.
- (b) 最初, 回路のスイッチが開いており, コンデンサーには電荷 q_0 が蓄えられていた. このときの静電エネルギーを求めよ.
- (c) 時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じた, キルヒホッフの法則を用いて, コンデンサーの電荷 $q(t)$ の満たすべき時間に対する微分方程式をたて, 初期条件 $q(0) = q_0$ の



もとでこの微分方程式を解き, $q(t)$ および回路に流れる電流 $i(t)$ を時間の関数として図示せよ.

(d) 時刻 $t = 0$ から $t = \infty$ の間に抵抗 R によって消費されるエネルギーを求めよ.

問 4* (RC 回路) 図のような抵抗 R , スイッチ, 静電容量 C のコンデンサー, 電圧 V の直流電源が直列につながれた電気回路がある. このとき, 以下の問いに答えよ.



(a) この回路のスイッチが閉じているとき, コンデンサーの電荷 $q(t)$ の満たすべき時刻 t に対する微分方程式を, キルヒホッフの法則を用いてたてよ.

(b) 最初, 回路のスイッチが開いており, コンデンサーには電荷が蓄えられていなかった ($q(0) = 0$). その後時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じた, このとき $q(t)$ を上で求めた微分方程式を解くことにより求め, $q(t)$ および回路に流れる電流 $i(t)$ を時間の関数として図示せよ.

問 5* (RC 回路) 問 3 の回路で直流電源を電圧が $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ の交流電源に置き換えた, このとき,

(a) この回路のスイッチが閉じているとき, コンデンサーの電荷 $q(t)$ が満たすべき時刻 t に対する微分方程式を, キルヒホッフの法則を用いてたてよ.

(b) 上で求めた微分方程式の一般解を求めよ. また, 初期条件 $q(0) = q_0$ のもとで $q(t)$ を求めよ.

(c) $t \gg RC$ でこの方程式の解が $q(t) = A \cos(\omega t + \theta)$ の形に表せることを示し, A, θ を求めよ. また, A を ω の関数として図示せよ.

(d) $t \gg RC$ のとき抵抗 R による消費電力の周期 $T = 2\pi/\omega$ についての時間平均

$$\bar{W} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} Ri^2(t') dt'$$

を計算せよ.