

【小試験】

電場 $E(r)$ が

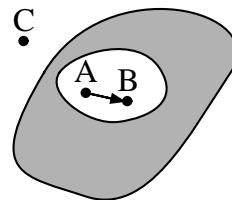
$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0} \frac{r}{r^3} & (r > a) \\ \frac{\rho}{3\epsilon_0} r & (r \leq a) \end{cases}$$

であるとき,

- (a) 静電ポテンシャル $\varphi(r)$ を求め, r の関数として図示せよ ($\lim_{r \rightarrow \infty} \varphi(r) = 0$ とする).
- (b) 静電エネルギーを求めよ.

【演習問題】

問 1 * (導体内空洞) 図のような導体内空洞の A 点にあった電荷 q が同じく導体内空洞の B 点に移動した. このとき, 導体の外の C 点の電場は変化するかしないか? また, 空洞の外壁に現れる表面電荷密度は変化するかしないか? 理由とともに答えよ.



問 2 * (2つの導体球殻) 真空中に半径 a と半径 b (ただし, $b > a$) の球殻電極がある. 内球の静電ポテンシャルはゼロであり, 外球の静電ポテンシャルは V であるとする.

- (a) ガウスの法則を用いる方法とポアソン方程式を解く方法の二つの方法で電場および静電ポテンシャルを r の関数として求め, 結果が一致することを確認せよ.
- (b) この系の静電エネルギーを求めよ.
- (c) この系をコンデンサーとするととき静電容量を求めよ.

問 3 * (導体球殻と球) 半径 a の導体球を 内半径 b , 外半径 c ($a < b < c$) の導体球殻で包む. 導体の中心を原点とするととき, 以下の問いに答えよ.

- (a) 内球の電荷が $Q_1 > 0$, 外球殻の電荷が $Q_2 < 0$ であるとき, 電場 E , およびポテンシャル Φ を原点からの距離の関数として求めると共に, それらの関数のグラフを描け.
- (b) 内球の表面の面電荷密度と外球殻の外側および内側表面の面電荷密度を求めよ.
- (c) $Q_1 = Q, Q_2 = -Q$ の場合について, この導体系の静電エネルギーを求めよ.

問 4 * (電気映像法: 平面 + 点電荷) 無限に広い接地された導体平面がある. この導体表面から距離 h 離れた点 A に, 点電荷 q が固定されている. 以下の問いに答えよ.

- (a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? その位置と電荷の大きさを求めよ.
- (b) 導体の外部におけるポテンシャル Φ を空間の関数として求めよ.

- (c) 導体表面における電場 E を求めよ.
- (d) 導体表面にある表面電荷密度 σ を求めよ.
- (e) 導体表面にある電荷の総量 Q を求めよ.
- (f) この点電荷を点 A から無限遠まで引き離すのに必要なエネルギーを求めよ.

問 5* (電気映像法: 平面 + 無限直線電荷) 無限に広い接地された導体平面がある. この導体平面と平行な無限に長い直線電荷があるとする. 導体平面と直線電荷の距離を h , 直線電荷の単位長さあたりの電荷を λ とする.

- (a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? (ヒント: 仮想的な無限直線電荷を考えよ. その位置および電荷の大きさはどうすれば良いか?)
- (b) 導体表面における電場 E を求めよ.
- (c) 導体表面にある表面電荷密度 σ を求めよ.
- (d) この導線の単位長さあたりに働く力はいくらか?

問 6*** (電気映像法: 球 + 点電荷) 接地された半径 a の導体球がある. この球の中心から $r_A (> a)$ 離れた点 A に点電荷 q が置かれている. 以下の問いに答えよ.

- (a) 導体の外部におけるポテンシャル Φ と同等の解を与える電気映像はどのようなものか? その位置と電荷の大きさを求めよ.
- (b) 導体表面における電場 E を求めよ.
- (c) 導体表面の表面電荷密度 σ を求めよ.
- (d) 導体表面にある電荷の総量 Q を求めよ.
- (e) この電荷を点 A から無限遠まで引き離すのに必要なエネルギーを求めよ.