

## 小試験

$\boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}) = r^2 \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{r}) \boldsymbol{r}$  を示せ.

## 演習問題

問 1 以下の複素数を極形式  $re^{i\theta}$  で表せ.

- (a)  $-3i$  (b)  $\sqrt{3} + i$  (c)  $4i$  (d)  $-1$  (e)  $1 + i$  (f)  $1 - \sqrt{3}i$

問 2 複素数に関して以下の問いに答えよ.

- (a)  $(e^{i\theta})^4 = e^{i4\theta}$  であることに注意して以下の公式を導け.

$$\cos 4\theta = \cos^4 \theta - 6 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sin^4 \theta, \quad \sin 4\theta = 4 \sin \theta \cos^3 \theta - 4 \sin^3 \theta \cos \theta.$$

- (b) 方程式  $z^2 = 4i$  を満たす  $z$  を求めよ.

問 3 次の時間  $t$  に関する微分方程式の一般解を求めよ.

- (a)  $\ddot{x} + 2x = 0$   
 (b)  $\ddot{x} - 4x = 0$   
 (c)  $\ddot{x} + 6\dot{x} + 13x = 0$   
 (d)  $\ddot{x} - 2\dot{x} = 0$

問 4 次の時間  $t$  に関する微分方程式で括弧内の初期条件を満たす特殊解を求めよ.

- (a)  $\ddot{x} + 4x = 0, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$   
 (b)  $\ddot{x} + 4x = 0, (x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1)$   
 (c)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$   
 (d)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 3x = 0, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$

問 5 質量  $m$  の物体が滑らかで水平な床の上におかれており、バネ係数  $k$ , 自然長  $l$  のバネで壁に固定されている.

- (a) 水平方向を  $x$  座標として、この物体の運動方程式を求めよ.  
 (b) 運動方程式の両辺  $\dot{x}$  を掛け時間で積分することによりエネルギーの保存を導け.  
 (c) 全エネルギーを  $E$  とするとき、この物体の運動は積分方程式

$$\int \frac{\pm dx}{\sqrt{\frac{2}{k}E - (x - l)^2}} = \int \sqrt{\frac{k}{m}} dt$$

で表されることを示せ.

- (d) 上の積分方程式を解くことにより, この物体の運動方程式の一般解を求めよ.
- (e) この物体を水平方向に  $a$  だけ静かに引っ張って時刻  $t = 0$  で離れた. このときのこの物体の運動を求めよ.

---

レポート問題(8) (A4のレポート用紙に、学生番号、氏名を記入し、二枚以上の場合は左上をポッチキスで止めること. 小試験後に回収.)

問1 5次方程式  $z^5 = 2$  および  $z^5 = i$  の解を求めよ.

問2 質量  $M$  の船が速度  $v$  で進むとき, 水の抵抗  $f = av + bv^2$  ( $a, b$  は正の定数) を受けるとする. 速度  $v_0$  の時にエンジンを止めれば, それからどれだけ進んで止まるか.