

## 小試験

次の時間  $t$  に関する微分方程式で括弧内の初期条件を満たす特殊解を求めよ.

- (a)  $\ddot{x} + 9x = 0, (x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1)$
- (b)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 0, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$
- (c)  $\ddot{x} + \dot{x} - 2x = 0, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$

## 演習問題

問 1 次の時間  $t$  に関する微分方程式の一般解を求めよ.

- (a)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + x = 8e^{3t}$
- (b)  $\ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = \cos t$
- (c)  $\ddot{x} + 2\dot{x} + 2x = 2t^2 + 2t + 1$
- (d)  $\ddot{x} + 4x = \sin 2t$

問 2 次の時間  $t$  に関する微分方程式で括弧内の初期条件を満たす特殊解を求めよ.

- (a)  $\ddot{x} + 9x = \sin t, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$
- (b)  $\ddot{x} + 9x = \sin t, (x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1)$
- (c)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 3x = 7t + 3, (x(0) = 2, \dot{x}(0) = 2)$
- (d)  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 5x = e^{-t}, (x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0)$

問 3  $x$  軸上の質点  $m$  に原点からの変位に比例した復元力  $-kx$  が働いている. この質点に  $x$  軸方向の外力  $F_0 \cos \omega t$  を与えるとき, 以下の問いに答えよ.

- (a) この質点の運動方程式を求めよ.
- (b) 外力がないとき ( $F_0 = 0$ ) の運動方程式の一般解を求めよ.
- (c)  $x(t) = A \cos \omega t$  ( $\omega \neq \sqrt{k/m}$ ) を仮定し, 運動方程式を満たすような  $A$  を求めよ. また,  $|A|$  を  $\omega$  の関数として図示せよ.
- (d)  $\omega \neq \sqrt{k/m}$  のとき, 運動方程式の一般解が (b) で求めた  $F_0 = 0$  のときの一般解と (c) で求めた特殊解の和で表されることを確かめよ. また, 時刻  $t = 0$  で  $x = x_0, \dot{x} = 0$  であるときの質点の運動を求めよ.
- (e)  $\omega = \sqrt{k/m}$  のとき,  $x(t) = B t \sin \omega t$  を仮定し, 運動方程式を満たすような  $B$  を求めよ. この特殊解を時間の関数として図示せよ.

問 4 2次元直交座標系  $(x, y)$  において,  $F_1 = x^3 y i + x y^3 j$ ,  $F_2 = y^3 i + 3x y^2 j$  で表される力があるとする. それぞれの力のもとで質点が 3 点を通るような折れ線状の径路  $C_1: (0, 0) \rightarrow (a, 0) \rightarrow (a, b)$  および  $C_2: (0, 0) \rightarrow (0, b) \rightarrow (a, b)$  で移動するときの仕事を求めよ.

問5 地球上の一点から, 鉛直方向高さ  $l_0$  の点まで司令船をロケットで上昇させ, そこで姿勢制御をして水平方向に  $v_0$  の速度を与えるとき, それが人工衛星として運行するための  $v_0$  の範囲を求めよ. 地球を半径  $R$  の静止した球とする.

---

レポート問題(11) (A4のレポート用紙に、学生番号、氏名を記入し、二枚以上の場合は左上をポッチキスで止めること. 小試験後に回収.)

自然長  $l$ , バネ定数  $k$  のバネの下端に質量  $m$  のおもりを吊るす. 上端を上下に動かして下向きを正とするとその変位が  $a \cos \omega t$  ( $\omega \neq \sqrt{k/m}$ ) であるような振動をさせるとき, おもりの運動を調べよ.