

問 1 i, j, k を直交座標系の単位ベクトル (基本ベクトル) とするとき. 次のベクトル a, b の $a \cdot b$ (内積), なす角, $|a + b|$ を求めよ.

(a) $a = 2i + 3j, b = -4i + 5j$

(b) $a = i - 2j + k, b = i + j + k$

(c) $a = i - 2j + 3k, b = -3i + 4j - k$

問 2 以下をベクトルを用いて解け.

(a) 菱形の対角線は直交することを示せ.

(b) 平行四辺形の 2 辺の大きさの 2 乗の和は, 2 つの対角線の長さの 2 乗の和の半分に等しいことを示せ.

(c) 2 つのベクトル a, b の張る平行四辺形の面積を求めよ.

問 3 ある点 O に 2 つの力 F_1 と F_2 が作用している. この 2 つの力の合力が F_1 に垂直でかつその大きさが F_1 と同じであるとするとき, F_2 の大きさと F_1 と F_2 のなす角を求めよ.

問 4 次の関数を微分せよ.

(a) $y = 3x^2 + 4x + 2$

(b) $y = x^n$

(c) $y = \tan x^2$

(d) $y = \cos^2 x$

(e) $y = \log_e |2x - 1| \quad (x \neq 1/2)$

問 5 次の関数の不定積分を求めよ (積分定数を C とせよ).

(a) $x^2/3 + x + 2$

(b) x^n

(c) $\cos^2 x$

(d) $\sqrt{a^2 - x^2} \quad (a > x)$

(e) $x \cos x$

(f) $\log_e |x|$

レポート問題 (1) (A4 のレポート用紙に、学生番号、氏名を記入し、二枚以上の場合は左上をポッチキスで止めること。小試験後に回収。)

問 1 $a = 2i + j + 3k$ と $b = 3i - 2j + k$ のとき、 $a \cdot b$, $a \times b$, なす角を求めよ。

問 2 以下を証明せよ。

(a) $(a - b) \times (a + b) = 2a \times b$

(b) $a + b + c = 0$ ならば $a \times b = b \times c = c \times a$ である。

(c) $a = 2i - 3j - k$ と $b = -6i + 9j + 3k$ は平行である (外積を用いよ)。

問 3 以下に示す微分の定義に従って、(a) $(x^n)' = nx^{n-1}$, (b) $(\sin x)' = \cos x$ を証明せよ。

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1)$$

問 4 時刻 t での質点の位置ベクトル $r(t)$ が以下のように与えられている。このとき質点の軌跡を図示せよ。さらに速度ベクトル、加速度ベクトルも求め、その軌跡も図示せよ。ただし、 $a, b, c, d, g, \omega, \lambda$ は正の定数とする。

(a) $r(t) = (at + b)i + (\frac{1}{2}gt^2 + ct + d)j$

(b) $r(t) = ae^{\lambda t}i + be^{-\lambda t}j$

(c) $r(t) = a \cos \omega t i + a \sin \omega t j$