

井上昭彦・中野張・福田敬 著
「ファイナンスと保険の数理」
2014年，岩波書店
の正誤表

2023年12月14日

ページ数や行数は、2014年の本のものです。

第1章

1.4.3 節

- p.34, ↑ 1 行目:
「定義 1.126 において」 \implies 「定義 1.122 において」

1.6.3 節

- p.55, ↑ 7 行目:
「 $X^{0,\xi}$ 」 \implies 「 $\tilde{X}_T^{0,\xi}$ 」

1.6.4 節

- p.60, 9 行目:
「を $\hat{\mathcal{M}}$ の」 \implies 「を \mathcal{M} の」

第2章

2.1.1 節

- p.74, 5 行目:
「 S_2 」 \implies 「 U_2 」

2.1.2 節

- p.76, 10 行目:
「 n -次元の」 \implies 「 n 次元の」

2.2.1 節

- p.82, 7 行目:
「標本路 (sample path) という」
⇒
「標本路 (sample path) あるいは道という」
- p.82, 8-10 行目:
「 $P(\Omega_0) = 1$ を満たす $\Omega_0 \in \mathcal{F}$ があって, すべての $\omega \in \Omega_0$ に対する道 $t \mapsto X(t)$ が連続となることである. 右連続 (確率) 過程等も同様に定義される。」
⇒
「すべての $\omega \in \Omega$ に対し, 道 $t \mapsto X(t)$ が連続となることである. 右連続 (確率) 過程や左連続 (確率) 過程も同様に定義される。」
- p.83, 2 行目:
「 $t \in [0, T]$ 」 ⇒ 「 $t \in [0, T]$ 」
- p.84, 13 行目:
「また簡単のため」 ⇒ 「従って」
- p.84, 14 行目:
「右連続として証明する」 ⇒ 「右連続とする」
- p.85, ↑ 10 行目:
「 $[a, b]$ 」 ⇒ 「 $[a, b]$ 」

2.3.2 節

- pp.95-96: 補題 2.83 の証明全体を次で置き換える:
「停止時刻 τ を次のように定める: $\tau := t \wedge \inf \{u \in [0, t] : X(u) > \lambda'\}$. ここで, $0 < \lambda' < \lambda$. 任意抽出定理より次が得られる:

$$\begin{aligned} E[X(t)] &= E[E[X(t)|\mathcal{F}_\tau]] \geq E[X(\tau)] \\ &= E[X(\tau)1_{\{X^*(t) > \lambda'\}}] + E[X(\tau)1_{\{X^*(t) \leq \lambda'\}}]. \end{aligned}$$

ここで, $\{X^*(t) > \lambda'\}$ 上では $\{X(t)\}$ の右連続性より $X(\tau) \geq \lambda'$. 従って,

$$E[X(\tau)1_{\{X^*(t) > \lambda'\}}] \geq \lambda' P(X^*(t) > \lambda').$$

一方, $\{X^*(t) \leq \lambda'\}$ 上では $\tau = t$, 従って $X(\tau) = X(t)$ となる. よって,

$$E[X(\tau)1_{\{X^*(t) \leq \lambda'\}}] = E[X(t)1_{\{X^*(t) \leq \lambda'\}}].$$

さらに, $P(X^*(t) \geq \lambda) \leq P(X^*(t) > \lambda')$. 以上より,

$$\lambda' P(X^*(t) \geq \lambda) \leq E[X(t)1_{\{X^*(t) > \lambda'\}}].$$

$\lambda' \uparrow \lambda$ とすると, $1_{\{X^*(t) > \lambda'\}} \rightarrow 1_{\{X^*(t) \geq \lambda\}}$ であるから, (2.5) の最初の不等式が得られる. 2 番目の不等式は自明である.]

- p.96, 注意 2.84:

$$\text{「}\lambda\text{」 (3 つ)} \implies \text{「}\lambda'\text{」 (3 つ)}$$

2.3.3 節

- p.100, 注意 2.89:

$$\begin{aligned} \text{「}(\Phi, \Psi)_{\mathcal{M}} := E \left[\int_0^T \Phi(t) \Psi(t) dt \right], \Phi, \Psi \in \mathcal{M}_2^c, \text{ に関して} \\ \implies \\ \text{「}(M, N)_{\mathcal{M}} := E[M(T)N(T)], M, N \in \mathcal{M}_2^c, \text{ に関して} \end{aligned}$$

2.4.2 節

- p.114, \uparrow 5 行目:

$$\text{「}\mathcal{M}_2^{c,loc}\text{」} \implies \text{「}\mathcal{M}^{c,loc}\text{」}$$

- p.115, 14 行目:

$$\text{「}I_t(\Phi_n)\text{」} \implies \text{「}I_t(\Phi^{(n)})\text{」}$$

2.4.5 節

- p.123, 6 行目:

$$\text{「(2.55) の伊藤過程」}$$

\implies

$$\text{「}X(0) = 0 \text{ の場合の (2.55) の伊藤過程」}$$

- p.125, 定義 2.138:

$$\text{「定理 2.141 の」} \implies \text{「下の定理 2.141 の」}$$

2.4.6 節

- p.129, ↑ 13 行目:

「 $\Psi(t) = 0$ の時」 \implies 「 $X(0) \in L^2$ かつ $\Psi(t) = 0$ の時」

2.4.7 節

- p.134, 8 行目:

「 $C^\infty(\mathbb{R})$ 」 \implies 「 $C^2(\mathbb{R})$ 」

- p.135, 7 行目:

「 $\frac{\partial g}{\partial t}(t, y)$ 」 \implies 「 $\frac{\partial g}{\partial t}(t, z)$ 」

2.4.10 節

- p.140, 11-12 行目:

「それに対し定理と同じ主張を示せばよいので、始めから $\{M(t)\}_{t \in [0, T]}$ は右連続であると仮定する。」

\implies

「その変形は実は連続であるので ([79], 第 3 章, 問題 4.16), 始めから $\{M(t)\}_{t \in [0, T]}$ は連続であるとする。」

- p.141, 系 2.170 [証明]:

「確率積分の連続性と定理 2.169 より直ちに従う。」

\implies

「定理 2.169 の証明を見よ。」

2.5 節

- p.147, 5 行目:

「 $X|_{[0, u] \times \Omega}$ は $\mathcal{B}(0, u) \otimes \mathcal{F}_u$ -可測」

\implies

「 $X|_{[0, u] \times \Omega}$ は $\mathcal{B}[0, u] \otimes \mathcal{F}_u$ -可測」

- p.147, 7 行目:

「次の条件を満たす $A = \{A(t)\}_{t \in [0, \infty)}$ 」

⇒

「次の条件を満たす適合過程 $A = \{A(t)\}_{t \in [0, \infty)}$ 」

- p.147, 最後の行:

「持つとする。」 ⇒ 「持つとする. 任意の $T > 0$ に対し,」

- p.148, 7行目:

「 $X \in \mathcal{S}$, 確率過程 H を左連続で」

⇒

「 $X \in \mathcal{S}$ とし, 適合過程 H は左連続で」

- p.148, 11行目

「 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_k |T_k^{n+1} - T_k^n| = 0$ 」

⇒

「 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_k |T_{k+1}^n - T_k^n| = 0$ 」

- p.148, 13行目:

「

$$H^n(t) := H(0)1_{\{0\}}(t) + \sum_{k=0}^{k_n} H_{T_k} 1_{(T_k, T_{k+1}]}(t), \quad t \in [0, \infty)$$

」

⇒

「

$$H^n(t) := H_0 1_{\{0\}}(t) + \sum_{k=0}^{k_n-1} H_{T_k} 1_{(T_k, T_{k+1}]}(t), \quad t \in [0, \infty)$$

」

- p.149, 4行目:

「および二つの過程 $X, Y \in \mathcal{L} \cup \mathcal{V}$ の」

⇒

「および二つの過程 $X, Y \in \mathcal{S}$ の」

- p.149, 6-7行目:

「

$$[X, X](t) = X(t)^2 - 2 \int_0^t X(s-) dX(s), \quad t \in [0, \infty),$$

$$[X, Y](t) = X(t)Y(t) - \int_0^t X(s-)dY(s) - \int_0^t Y(s-)dX(s), \quad t \in [0, \infty).$$

」

\implies

「

$$[X, X](t) = X(t)^2 - X(0)^2 - 2 \int_0^t X(s-)dX(s),$$

$$[X, Y](t) = X(t)Y(t) - X(0)Y(0) - \int_0^t X(s-)dY(s) - \int_0^t Y(s-)dX(s).$$

」

• p.149, 17 行目:

「

$$\sup_{0 \leq s \leq t} \left| X(0)Y(0) + \sum_k (X^{T_{k+1}^n}(s) - X^{T_k^n}(s))(Y^{T_{k+1}^n}(s) - Y^{T_k^n}(s)) - [X, Y](s) \right|$$

」

\implies

「

$$\sup_{0 \leq s \leq t} \left| \sum_k (X^{T_{k+1}^n}(s) - X^{T_k^n}(s))(Y^{T_{k+1}^n}(s) - Y^{T_k^n}(s)) - [X, Y](s) \right|$$

」

• p.149, 最終行 - p.150, 1 行目:

「

$$\begin{aligned} & \sum_{k \geq 0} (X^{T_{k+1}^n}(t) - X^{T_k^n}(t))(Y^{T_{k+1}^n}(t) - Y^{T_k^n}(t)) \\ &= X^{T_n^n}(t)Y^{T_n^n}(t) - X(0)Y(0) - \sum_{k \geq 0} Y^{T_k^n}(t)(X^{T_{k+1}^n}(t) - X^{T_k^n}(t)) \\ & \quad - \sum_{k \geq 0} X^{T_k^n}(t)(Y^{T_{k+1}^n}(t) - Y^{T_k^n}(t)) \end{aligned}$$

」
 \implies
 「

$$\begin{aligned} & \sum_{k \geq 0} (X^{T_{k+1}^n}(t) - X^{T_k^n}(t))(Y^{T_{k+1}^n}(t) - Y^{T_k^n}(t)) \\ &= X^{T_{k_n}^n}(t)Y^{T_{k_n}^n}(t) - X(0)Y(0) - \sum_{k \geq 0} Y^{T_k^n}(t)(X^{T_{k+1}^n}(t) - X^{T_k^n}(t)) \\ & \quad - \sum_{k \geq 0} X^{T_k^n}(t)(Y^{T_{k+1}^n}(t) - Y^{T_k^n}(t)) \end{aligned}$$

」

- p.150, 下から 2 行目:

「(1) は 2 次共変分の定義と定理 2.188 より従う。」 $-j$

\implies

「(1) は定理 2.188 より従う。」

- p.151, 1 行目:

「

$$\begin{aligned} & \sum_{k \geq 0} (M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t))(A^{T_{k+1}^n}(t) - A^{T_k^n}(t)) \\ & \leq \sup_{k \geq 0} |M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t)| \sum_{k \geq 0} |A^{T_{k+1}^n}(t) - A^{T_k^n}(t)| \\ & \leq \sup_{k \geq 0} |M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t)| V_A(t) \end{aligned}$$

」

\implies

「

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{k \geq 0} (M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t))(A^{T_{k+1}^n}(t) - A^{T_k^n}(t)) \right| \\ & \leq \sup_{k \geq 0} |M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t)| \sum_{k \geq 0} |A^{T_{k+1}^n}(t) - A^{T_k^n}(t)| \end{aligned}$$

$$\leq \sup_{k \geq 0} |M^{T_{k+1}^n}(t) - M^{T_k^n}(t)| V_A(t)$$

」

- p.153, 7 行目:

「 $Y \mapsto [X, Y]$ の線形性と定理 2.190, および命題 2.191 より」

\implies

「 $Y \mapsto [X, Y]$ の線形性と定理 2.190 より」

- p.153, 8-9 行目:

「

$$\begin{aligned} [X, g(X)](t) &= \int_0^t g'(X(s-)) d[X, X](s) + \sum_{0 < s \leq t} \Delta X(s) \hat{g}(X(s), X(s-)) \\ &= \int_0^t g'(X(s-)) d[X, X]^c(s) + \sum_{0 < s \leq t} \Delta X(s) \Delta g(X(s)). \end{aligned}$$

」

\implies

「

$$[X, g(X)](t) = \int_0^t g'(X(s-)) d[X, X]^c(s) + \sum_{0 < s \leq t} \Delta X(s) \Delta g(X(s)).$$

」

- p.154, 下から 4-5 行目:

「

$$\begin{aligned} K(r, x) &= \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-x^2/r} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j!} \cdot \frac{x^{2j}}{r^j}, \\ K_n(r, x) &= \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{j!} \cdot \frac{x^{2j}}{r^j}. \end{aligned}$$

」

\implies

「

$$K(r, x) = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-x^2/r} = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j!} \cdot \frac{x^{2j}}{r^j},$$

$$K_n(r, x) = \frac{1}{\sqrt{\pi r}} \sum_{j=0}^n \frac{(-1)^j}{j!} \cdot \frac{x^{2j}}{r^j}.$$

」

- p.155, 下から 8 行目:

「また, $x \in [-1/2, 1/2]$ に対して, $|\log(1+x) - x| \leq (1/2)|x|^2$ であるから,」

\implies

「また, ある正定数 c が存在し, $x \in [-1/2, 1/2]$ に対して, $|e^{-x}(1+x) - 1| \leq c|x|^2$ であるから,」

- p.155, 下から 6 行目:

「さらに, $V \in \mathcal{V}$ である。」

\implies

「さらに, $V - V(0) \in \mathcal{V}$ である。」

- p.156, 3 行目:

「であることと, $|e^{-x}(1+x) - 1| \leq (1/2)|x|^2$ より,」

\implies

「であることと, ある $c > 0$ があって, $|x| \leq 1/2$ に対し $|e^{-x}(1+x) - 1| \leq c|x|^2$ より,」

- p.156, 8 行目:

「 $\tau = \inf\{t : \tilde{R}(t) \neq 0\}$ とおくと,」

\implies

「 $\tau = \inf\{t > 0 : \tilde{R}(t) \neq 0\}$ とおくと,」

第 3 章

3.1.3 節

- p.166, ↑ 9 行目:
「 $G(t, S(0))$ 」 \implies 「 $G(0, S(0))$ 」

3.2.3 節

- p.178, (3.46) 式:
「 $\tilde{X}^{x, \xi}(t) = x + \sum_{i=1}^n \int_0^t \xi_i(u) d\tilde{p}_i(t) = x + \sum_{i=1}^n \int_0^t \xi_i(u) \sigma_i(t) \tilde{p}_i(t) dW^*(t).$ 」
 \implies
「 $\tilde{X}^{x, \xi}(t) = x + \sum_{i=1}^n \int_0^t \xi_i(u) d\tilde{p}_i(u) = x + \sum_{i=1}^n \int_0^t \xi_i(u) \sigma_i(u) \tilde{p}_i(u) dW^*(u).$ 」

3.3.3 節

- p.190, 1 行目:
「 \int_0^T 」 \implies 「 \int_0^t 」

3.5 節

- p.201, ↑ 9 行目:
「mode)」 \implies 「model)」
- p.203, 4 行目:
「 $\{P(t, T + \delta)\}_{t \in [0, T]}$ 」 \implies 「 $\{P(t, T + \delta)\}_{t \in [0, T + \delta]}$ 」

第 4 章

4.2.1 節

- p.213, 4 行目:
「上と同様に,」
 \implies
「上と同様に, $n \geq 1$ のとき,」
- p.213, 7 行目:
「

$$x_n^{*k} = \sum_{j=0}^n x_j x_{n-j}^{*(k-1)}, \quad x_n^{*1} = x_n, \quad x_0 = 0$$

」
 \implies
 「

$$x_n^{*k} = \sum_{j=0}^n x_j x_{n-j}^{*(k-1)}, \quad x_n^{*1} = x_n$$

」

• p.213, 13 行目:

「

$$p_n = \sum_{k=1}^{\infty} P(S_k = n) q_k$$

」
 \implies
 「

$$p_n = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} P(X_1 = 0)^k q_k & (n = 0), \\ \sum_{k=1}^{\infty} P(S_k = n) q_k & (n \geq 1) \end{cases}$$

」

• p.213, 15 行目:

「

$$E[X_1 | S_k = n] = \sum_{j=0}^n j \frac{P(X_1 = j, S_k = n)}{P(S_k = n)} = \sum_{j=0}^n j \frac{P(X_1 = j, S_{k-1} = n - j)}{P(S_k = n)}$$

」
 \implies
 「

$$E[X_1 | S_k = n] = \sum_{j=0}^n j \frac{P(X_1 = j, S_k = n)}{P(S_k = n)} = \sum_{j=0}^n j \frac{P(X_1 = j, S_k - X_1 = n - j)}{P(S_k = n)}$$

」

4.2.2 節

- p.217, 8 行目:
「任意の $t \in [0, \infty)$ に対して」
 \implies
「任意の $t \in (0, \infty)$ に対して」

4.3.1 節

- p.225, 8 行目:
「 $E[Z_1], E[X_1] < \infty$ 」
 \implies
「 $E[W_1], E[X_1] < \infty$ 」

4.3.2 節

- p.228, 9-10 行目:
「純利益条件と $E[X_1] < \infty$ を満たすとする。」
 \implies
「純利益条件を満たすとする。」
- p.230, 下から 9 行目:

「

$$(0.1) \quad \psi(u) = q(1 - \hat{F}_{X_1}(u)) + q \int_0^u \psi(u-x) d\hat{F}_{X_1}(y).$$

」

 \implies

「

$$(0.2) \quad \psi(u) = q(1 - \hat{F}_{X_1}(u)) + q \int_0^u \psi(u-y) d\hat{F}_{X_1}(y).$$

」

- p.231, 3 行目:

$$\left[m^{(r)}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (F^{(r)})^{*n}(t) \right]$$

\implies

$$\left[m^{(r)}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (F^{(r)})^{*n}(t) \right]$$

- p.231, 9 行目:

「

$$\lim_{u \rightarrow \infty} e^{ru} \psi(u) = \lambda q \int_0^{\infty} e^{ry} (1 - \hat{F}_{X_1}(y)) dy.$$

」

\implies

「

$$\lim_{u \rightarrow \infty} e^{ru} \psi(u) = \frac{q \int_0^{\infty} e^{ry} (1 - \hat{F}_{X_1}(y)) dy}{\int_0^{\infty} x dF^{(r)}(x)}.$$

」

4.4.1 節

- p.241, 4 行目:

「点過程 $\{N(t)\}$ 」

\implies

「適合点過程 $\{N(t)\}$ 」

- p.241, 9 行目:

「点過程 $\{N(t)\}$ 」

\implies

「適合点過程 $\{N(t)\}$ 」

- p.241, 11 行目:

「ラドン・ニコディム微分とすればよい。」

\implies

「ラドン・ニコディム微分とすればよい。ここで $\mathcal{P}(\mathcal{F}_t)$ は $\{\mathcal{F}_t\}$ に関する可予測 σ -集合族である。」

- p.241, 最後の行:

「ボレル可測関数」

\implies

「有界ボレル可測関数」

- p.242, 下から 6 行目:

「

$$Y := \int_t^s \mu(u) 1_{\{\tau \geq u\}} du = \int_{t \wedge \tau}^{s \wedge \tau} \frac{f(u)}{1 - F_\tau(u)} du = \log \frac{1 - F(t \wedge \tau)}{1 - F(s \wedge \tau)}$$

」

\implies

「

$$Y := \int_t^s \mu(u) 1_{\{\tau \geq u\}} du = \int_{t \wedge \tau}^{s \wedge \tau} \frac{f(u)}{1 - F_\tau(u)} du = \log \frac{1 - F_\tau(t \wedge \tau)}{1 - F_\tau(s \wedge \tau)}$$

」

- p.242, 下から 3-4 行目:

「

$$\begin{aligned} E[Y | \mathcal{F}_t^0] &= E[1_A Y | \mathcal{F}_t^0] = 1_A \frac{E[Y]}{P(A)} = 1_A \frac{E \left[\int_t^s \mu(u) 1_{\{\tau \geq u\}} du \right]}{1 - F_\tau(t)} \\ &= 1_A \frac{\int_t^s \mu(u) (1 - F_\tau(u)) du}{1 - F_\tau(t)} = 1_A \frac{F_\tau(s) - F_\tau(t)}{1 - F_\tau(t)} = E[N(s) - N(t) | \mathcal{F}_t^0]. \end{aligned}$$

」

\implies

「

$$E[Y | \mathcal{F}_t^0] = E[1_A Y | \mathcal{F}_t^0] = 1_A \frac{E[Y]}{P(A)} = 1_A \frac{E \left[\int_t^s \mu(u) 1_{\{\tau \geq u\}} du \right]}{1 - F_\tau(t)}$$

$$= 1_A \frac{\int_t^s \mu(u)(1 - F_\tau(u)) du}{1 - F_\tau(t)} = 1_A \frac{F_\tau(s) - F_\tau(t)}{1 - F_\tau(t)} = E[N(s) - N(t) | \mathcal{F}_t^0].$$

」

- p.245, 下から 6 行目:

「

$$E \left[\int_0^t \int_K |H(s, z)| \lambda(s, dz) ds \right] < \infty$$

」

\implies

「

$$E \left[\int_0^t \int_K |H(s, z)| \lambda(s, dz) ds \right] < \infty, \quad t \geq 0$$

」

4.4.2 節

- p.246, 9 行目:

「非負 $\tilde{\mathcal{F}}$ -可測関数 H に対して、」

\implies

「非負 $\tilde{\mathcal{F}}$ -可測関数 h に対して、」

第 6 章

6.5 節

- p.324, \uparrow 11 行目:

「 $E[X\psi]$ 」 \implies 「 $E[\psi]$ 」

6.8.1 節

- p.334, 1 行目:

$$\left[1 = \int_0^1 g'_+(u) du = \int_{(0,1]} \nu(ds) \frac{1}{s} \int_0^s du = \nu((0,1]) \right]$$

\implies

$$\left[1 = \int_0^1 g'_+(u) du = \int_{(0,1]} \mu(ds) \frac{1}{s} \int_0^s du = \mu((0,1]) \right]$$

- p.334, 2 行目:

$$\left[\nu \text{ は} \right] \implies \left[\mu \text{ は} \right]$$

第 7 章

7.1 節

- p.345, 5 行目:

「

$$\begin{cases} dX^{x,\xi}(t) = r\{X^{x,\xi}(t) - \xi(t)S(t)\}dt + \xi(t)dS(t), & 0 \leq t \leq T, \\ X^{x,\xi}(0) = x \end{cases}$$

」

\implies

「

$$\begin{cases} dX^{x,\xi}(t) = r\{X^{x,\xi}(t) - \xi(t)S(t)\}dt + \xi(t)dS(t), & 0 \leq t \leq T, \\ X^{x,\xi}(0) = x \end{cases}$$

」

7.2 節

- p.348, 下から 5 行目:

$$\left[\mathcal{X} := \{X^{x,\xi}(T) : x \in \mathbb{R}, \xi \in \mathcal{A}\}, \right]$$

\implies

$$\left[\mathcal{X} := \{X^{x,\xi}(T) : x \in \mathbb{R}, \xi \in \mathcal{A}^*\}, \right]$$

- p.349, 11-12 行目:

「よって, $U^*(-H; z+x) = -e^{rT}x^* + U^*(0; z+x) - (\alpha/2)V(X^* - H)$.
また, $U^*(0; z+x) = e^{rT}z + U^*(0; x)$ であるから,」

⇒

「よって, $U^*(-H; z+x) = -e^{rT}x^* + U^*(0; z+x) - (\alpha/2)V(X^* - H)$.
今, 任意の $z \in \mathbb{R}$ に対して $U^*(0; z) < \infty$ である. 実際, $\xi \in \mathcal{A}^*$ を固定し, $d = E[X^{z,\xi}(T)]$, $p(t) = e^{-(2r-(b-r)^2\sigma^{-2})(T-t)}$, $h(t) = -de^{-r(T-t)}$,
 $t \in [0, T]$ とおく. $p(t)(X^{z,\xi}(t) + h(t))^2$ に伊藤の公式を適用すると, $T_n = \inf\{t \in [0, T] : |X^{z,\xi}(t)| \geq n\}$ とおくと,

$$E[p(T \wedge T_n)(X^{z,\xi}(T \wedge T_n) + h(T \wedge T_n))^2] \geq p(0)(x - e^{-rT}d)^2$$

を得る. ここで, $E \sup_{0 \leq t \leq T} |X^{z,\xi}(t)|^2 < \infty$ より Lebesgue の収束定理が適用

でき, $E[(X^{z,\xi}(T) - d)^2] \geq p(0)(x - e^{-rT}d)^2$ となる. ゆえに $U(X^{z,\xi}(T)) \leq d - (\alpha/2)p(0)(x - e^{-rT}d)^2$. 右辺は d について上に凸な 2 次関数であるから $U^*(0; z) < \infty$ が従う. さらに, $U^*(0; z+x) = e^{rT}z + U^*(0; x)$ であるから,」

7.3 節

- p.350, 9 行目:

「 \mathcal{F} の部分 σ -加法族になり, $\mathcal{G}_t^0 \vee \mathcal{G}_t^i = \sigma(\{\tau_i \leq u\} \cap A : u \leq t, A \in \mathcal{G}_t^0)$
であるから (7.10) が従う.」

⇒

「 \mathcal{F} の部分 σ -加法族になり, (7.10) が従う.」

- p.350, 下から 8 行目:

「

$$E^Q[Y1_{\{\tau_i > s\}} | \mathcal{G}_t^0] = E^Q[E^Q[1_{\{\tau_i > s\}} Y | \mathcal{G}_T^0] | \mathcal{G}_t^0] = Q(\tau_i > s) E^Q[Y | \mathcal{G}_t^0]$$

」

⇒

「

$$E^Q[Y1_{\{\tau_i > s\}}|\mathcal{G}_t^0] = E^Q[E^Q[1_{\{\tau_i > s\}}Y|\mathcal{G}_T^0]|\mathcal{G}_t^0] = Q(\tau_i > s)E^Q[Y|\mathcal{G}_t^0]$$

」

- p.350, 下から 5 行目:

「 $\{\mathcal{F}_t\}$ -可予測で、」 \implies 「 $\{\mathcal{F}_t\}$ -可予測で、」

- p.351, 7-13 行目:

「

$$L_i(t) = 1 + \int_0^t \mu_i(s) e^{\int_0^s \mu_i(u) dr} (1 - N_i(s)) ds - \int_{0+}^t e^{\int_0^s \mu_i(u) dr} dN_i(s)$$

である。さらに、

$$\begin{aligned} \int_{0+}^t e^{\int_0^s \mu_i(u) dr} dN_i(s) &= e^{\int_0^{\tau_i} \mu_i(s) ds} 1_{\{\tau \leq t\}} \\ &= e^{\int_0^{\tau_i} \mu_i(s) ds} (1 - N_i(\tau-)) 1_{\{\tau \leq t\}} = \int_{0+}^t L_i(s-) dN_i(s). \end{aligned}$$

よって (7.11) が従う。また $\{L(t)\}$ は有界だから補題 7.7 より $\{L_i(t)\}$ は $\{\mathcal{F}_t, Q\}$ -マルチンゲールである。

また, (7.2) より $\{L_i(t)\}$ と $\{L_i(t)\}$ が」

 \implies

「

$$L_i(t) = 1 + \int_0^t \mu_i(s) e^{\int_0^s \mu_i(u) du} (1 - N_i(s)) ds - \int_{0+}^t e^{\int_0^s \mu_i(u) du} dN_i(s)$$

である。さらに、

$$\begin{aligned} \int_{0+}^t e^{\int_0^s \mu_i(u) du} dN_i(s) &= e^{\int_0^{\tau_i} \mu_i(s) ds} 1_{\{\tau_i \leq t\}} \\ &= e^{\int_0^{\tau_i} \mu_i(s) ds} (1 - N_i(\tau_i-)) 1_{\{\tau_i \leq t\}} = \int_{0+}^t L_i(s-) dN_i(s). \end{aligned}$$

よって (7.11) が従う. また $\{L(t)\}$ は有界だから補題 7.7 より $\{L_i(t)\}$ は $\{\mathcal{F}_t, Q\}$ -マルチンゲールである.

また, (7.2) より $\{L_i(t)\}$ と $\{L_j(t)\}$ が

- p.351, ↑ 6 行目:

「 $Y \in L^2(\mathcal{F}_T, Q)$ とし,」 \implies 「 $Y \in L^2(\mathcal{G}_T^0, Q)$ とし,」

- p.352, 下から 3 行目:

「の最適解である」

\implies

「の解である」

- p.353, 12 行目:

「2 次変分を考えると命題 2.180 より」

\implies

「2 次変分を考えると定理 2.190 より」

- p.353, 下から 2 行目 - p.354, 6 行目:

「

$$\begin{aligned}
& d(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t))^2 \Phi(t) \\
&= \Phi(t) \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t))^2 \phi(t) + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t)) \{ \xi(t) \tilde{S}(t) \sigma (\lambda + \phi'(t)) \right. \\
&\quad \left. - h(t) - h'(t) \phi'(t) \} + (\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t))^2 \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=1}^n \{ -2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t)) \hat{h}_i(t) + \hat{h}_i(t)^2 \} (1 + \hat{\phi}_i(t)) (1 - N_i(t)) \mu_i(t) \right] dt \\
&\quad + \Phi(t-) \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \phi'(t) \right. \\
&\quad \left. + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) (\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t)) \right] dW(t) \\
&\quad + \Phi(t-) \sum_{i=1}^n \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \hat{\phi}_i(t) \right. \\
&\quad \left. + \{ -2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) \hat{h}_i(t) + \hat{h}_i(t)^2 \} (1 + \hat{\phi}_i(t)) \right] dM_i(t).
\end{aligned}$$

」

$$\begin{aligned}
& \implies \\
& \Gamma \\
& d(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t))^2 \Phi(t) \\
& = \Phi(t) \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t))^2 \phi(t) + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t)) \{ \xi(t) \tilde{S}(t) \sigma (\lambda + \phi'(t)) \right. \\
& \quad \left. - h(t) - h'(t) \phi'(t) \} + (\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t))^2 \right. \\
& \quad \left. + \sum_{i=1}^n \{ -2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t)) \hat{h}_i(t) \hat{\phi}_i(t) + \hat{h}_i(t)^2 (1 + \hat{\phi}_i(t)) \} (1 - N_i(t)) \mu_i(t) \right] dt \\
& \quad + \Phi(t-) \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \phi'(t) \right. \\
& \quad \left. + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) (\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t)) \right] dW(t) \\
& \quad + \Phi(t-) \sum_{i=1}^n \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \hat{\phi}_i(t) \right. \\
& \quad \left. + \{ -2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) \hat{h}_i(t) + \hat{h}_i(t)^2 \} (1 + \hat{\phi}_i(t)) \right] dM_i(t).
\end{aligned}$$

」

• p.354, 9-13 行目:

Γ

(0.3)

$$\begin{aligned}
& J^{x,\xi}(t) - J^{x,\xi}(0) \\
& = \int_0^t k^{x,\xi}(u) du + \int_0^t \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \Phi(u-) \{ (\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \phi'(u) \right. \\
& \quad \left. + 2(\xi(u) \tilde{S}(u) \sigma - h'(u)) \} \right] dW(u) \\
& \quad + \sum_{i=1}^n \int_{0+}^t \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \Phi(u-) \{ (\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \hat{\phi}_i(u) \right. \\
& \quad \left. - 2(1 + \hat{\phi}_i(u)) \hat{h}_i(u) \} + \hat{h}_i(u)^2 (1 + \hat{\phi}_i(u)) \right] dM_i(u) + \Psi'(t)
\end{aligned}$$

」

\implies
 Γ

(0.4)

$$\begin{aligned}
& J^{x,\xi}(t) - J^{x,\xi}(0) \\
&= \int_0^t k^{x,\xi}(u) du + \int_0^t \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \Phi(u-) \{ (\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \phi'(u) \right. \\
&\quad \left. + 2(\xi(u) \tilde{S}(u) \sigma - h'(u)) \} \right] dW(u) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n \int_{0+}^t \left[(\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \Phi(u-) \{ (\tilde{X}^{x,\xi}(u) - H(u-)) \hat{\phi}_i(u) \right. \\
&\quad \left. - 2(1 + \hat{\phi}_i(u)) \hat{h}_i(u) \} + \hat{h}_i(u)^2 (1 + \hat{\phi}_i(u)) \right] dM_i(u) + \Psi'(t) - \Psi'(0)
\end{aligned}$$

」

- p.354, 下から 3-6 行目:

Γ

$$\begin{aligned}
k^{x,\xi}(t) &= \psi(t) + (\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \Phi(t-) \phi(t) \\
&\quad + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) \Phi(t-) \left[\xi(t) \tilde{S}(t) (b-r) - h(t) \right. \\
&\quad \left. + (\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t)) \phi'(t) - \sum_{i=1}^n \hat{h}_i(t) \hat{\phi}_i(t) (1 - N_i(t-)) \mu_i(t) \right] \\
&\quad + \Phi(t-) \left[(\xi(t) \tilde{S}(t) \sigma - h'(t))^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i(t))^2 (1 - N_i(t-)) \mu_i(t) \right].
\end{aligned}$$

」

\implies
 Γ

$$\begin{aligned}
k^{x,\xi}(t) &= \psi(t) + (\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-))^2 \Phi(t-) \phi(t) \\
&\quad + 2(\tilde{X}^{x,\xi}(t) - H(t-)) \Phi(t-) \left[\xi(t) \tilde{S}(t) (b-r) - h(t) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\xi(t)\tilde{S}(t)\sigma - h'(t))\phi'(t) - \sum_{i=1}^n \hat{h}_i(t)\hat{\phi}_i(t)(1 - N_i(t-))\mu_i(t) \Big] \\
& + \Phi(t-)\left[(\xi(t)\tilde{S}(t)\sigma - h'(t))^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i(t))^2(1 + \hat{\phi}_i(t))(1 - N_i(t-))\mu_i(t) \right].
\end{aligned}$$

」

- p.355, 12 行目:

$$\lceil \phi(t) = (\lambda + \hat{\phi}(t))^2, \rceil$$

\implies

$$\lceil \phi(t) = (\lambda + \phi'(t))^2, \rceil$$

- p.358, 8 行目:

「

$$\begin{aligned}
E \left[\int_0^T h'(t)^2 dt \right] & \leq E[\langle G, G \rangle(T)] = E^Q \left[\frac{dP}{dQ} \langle G, G \rangle(T) \right] \\
& \leq cE^Q \left[\sup_{0 \leq t \leq T} |G(t)|^{2+\varepsilon} \right]^{2/(2+\varepsilon)}
\end{aligned}$$

」

\implies

「

$$\begin{aligned}
E \left[\int_0^T h'(t)^2 dt \right] & \leq n^2 E[\langle G, G \rangle(T)] = n^2 E^Q \left[\frac{dP}{dQ} \langle G, G \rangle(T) \right] \\
& \leq cE^Q \left[\sup_{0 \leq t \leq T} |G(t)|^{2+\varepsilon} \right]^{2/(2+\varepsilon)}
\end{aligned}$$

」

- p.359, 下から 2-9 行目:

「他方, $K(t) = Z(t)^{-1} = e^{\lambda W^{(\lambda)}(t) - (\lambda^2/2)t}$ とおくと, $dK(t) = \lambda K(t)dW^\lambda(t)$

だから,

$$\Theta^x(t) := K(t) \left\{ x - H(0) - \sum_{i=1}^n \int_{0+}^t \hat{h}_i(s) K(s)^{-1} dM_i(s) \right\}$$

とおけば,

$$d\Theta^x(t) = - \sum_{i=1}^n \hat{h}_i(t) dM_i(t) - \lambda \Theta^x(t-) dW^{(\lambda)}(t)$$

を満たす. これより, $\tilde{X}^{x, \xi^x}(t) - H(t) = \Theta^x(t)$ を確かめることができる. よって $\xi^x(t) = \sigma^{-1} \tilde{S}(t)^{-1} (h'(t) - \lambda (X^{x, \xi^x}(t) - H(t-)))$ と書けるので, $k^{x, \xi^x}(t) = 0, 0 \leq t \leq T$. ゆえに $\{J^{x, \xi^x}(t)\}$ は $\{\mathcal{F}_t, P\}$ マルチンゲール. 命題 7.10 より ξ^x が問題 (7.12) の最適解であることが従う.

\implies

「他方, $K(t) = Z(t)e^{-\lambda^2 t} = e^{-\lambda W^{(\lambda)}(t) - (\lambda^2/2)t}$ とおくと, $dK(t) = -\lambda K(t) dW^{(\lambda)}(t)$ だから,

$$\Theta^x(t) := K(t) \left\{ x - H(0) - \sum_{i=1}^n \int_{0+}^t \hat{h}_i(s) K(s)^{-1} dM_i(s) \right\}$$

とおけば,

$$d\Theta^x(t) = - \sum_{i=1}^n \hat{h}_i(t) dM_i(t) - \lambda \Theta^x(t-) dW^{(\lambda)}(t)$$

を満たす. これより, $\tilde{X}^{x, \xi^x}(t) - H(t-) = \Theta^x(t)$ を確かめることができる. $\xi^x(t) = \sigma^{-1} \tilde{S}(t)^{-1} (h'(t) - \lambda (\tilde{X}^{x, \xi^x}(t) - H(t-)))$ より, $k^{x, \xi^x}(t) = 0, 0 \leq t \leq T$. ゆえに $\{J^{x, \xi^x}(t)\}$ は $\{\mathcal{F}_t, P\}$ -マルチンゲール. 命題 7.10 より ξ^x が問題 (7.12) の解であることが従う.

- p.360, 12 行目:

$$\begin{aligned} & \left[+ \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n e^{rT - \lambda^2 T - \int_0^T \mu_i(s) ds} \int_0^T \mu_i(s) e^{\lambda^2 s - 2rs + \int_0^s \mu_i(u) du} G(s) ds. \right] \\ & \implies \\ & \left[+ \frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^n e^{rT - \lambda^2 T - 2 \int_0^T \mu_i(s) ds} \int_0^T \mu_i(s) e^{\lambda^2 s - 2rs + \int_0^s \mu_i(u) du} G(s) ds. \right] \end{aligned}$$

付録 A

2.1.1 節

- p.423, 下から6行目:
「 $Z(t) = z(t) + \int_0^\infty Z(t-u)dF(u), \quad t \geq 0$ 」
 \implies
「 $Z(t) = z(t) + \int_0^t Z(t-u)dF(u), \quad t \geq 0$ 」
- p.424, 8行目:
「 $V(t) = \sum_{n=1}^\infty F^{n*}(t)$ とおき,」
 \implies
「 $V(t) = \sum_{n=0}^\infty F^{n*}(t)$ とおき,」