

問題 1. 点 $(5, 5, 5)$ を通り、ベクトル ${}^t(1 \ 2 \ 1)$ に垂直な平面の方程式を求めよ。

解. $x + 2y + z = 20$ □

問題 2. 2つの平面 $x - 2y + 2z = 1$, $2x - y + 2z = 1$ の交線のベクトル方程式を求めよ。

解. $z = t$ とパラメータ t を選ぶと ${}^t(x \ y \ z) = {}^t(1/3 \ -1/3 \ 0) + t {}^t(-2/3 \ 2/3 \ 1)$ となる。しかしながら表し方は他にもある。例えば

$${}^t(x \ y \ z) = {}^t(1/3 \ -1/3 \ 0) + t {}^t(-2 \ 2 \ 3)$$

もありだし (方向ベクトルをスケールした) 基点もついでにずらせて

$${}^t(x \ y \ z) = {}^t(0 \ 0 \ 1/2) + t {}^t(1 \ -1 \ -3/2)$$

と書いても構わない。 □

問題 3. 原点を通り方向が ${}^t(a \ 2 \ 3)$ の直線が直線 $\frac{x-3}{3} = y-1 = \frac{z+1}{-2}$ と交わるとする。このときの a の値と交点を求めよ。

解. $(at, 2t, 3t)$ が直線 $\frac{x-3}{3} = y-1 = \frac{z+1}{-2}$ 上にある条件から $t = 1/7$, $a = 6$ であり、このとき交点は $(6/7, 2/7, 3/7)$ である。 □

できた人もそうでない人も中木先生の出題された問題を解いておきましょう。下に再掲しておきます。

- (1) 2つの直線 $\frac{x-1}{3} = y-2 = \frac{z-3}{-2}$, $\frac{x+2}{a} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ が交わるように a の値を定めよ。
- (2) 点 $(2, 3, 4)$ と直線 $x-1 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ との距離を求めよ。
- (3) 2点 $A(1, 2, -1)$, $B(3, -1, 0)$ を結ぶ直線 AB に垂直で、しかも点 $(1, -1, 2)$ を通る平面の方程式を求めよ。
- (4) 3点 $(0, 1, 2)$, $(1, 0, 2)$, $(2, 1, 0)$ を通る平面の方程式を求めよ (教科書 77 ページの 9 も見よ)。
- (5) 2つの平面 $2x + 3y - 2z = 5$, $4x - 12y + 2z = 7$ の交線の方程式を求めよ。