線形代数学演習 I 小テスト（5 月 7 日実施） **学生番号** **氏名** 略解

問題 1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ に対して $(A+B)(A-B)$ を求めよ。

解. $A+B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $A-B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $(A+B)(A-B) = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -2 & -14 \end{pmatrix}$. □

問題 2. $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して $C\,{}^tC$ を求めよ。

解. $C\,{}^tC = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. □

問題 3. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ が成り立つように a_{ij} を求めよ。

解. 与えられた条件を連立方程式の形で書くと

$$\begin{cases} 2a_{11} + 4a_{31} = 8 \\ a_{11} - 2a_{21} = 0 \\ a_{21} - a_{31} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a_{12} + 4a_{32} = 0 \\ a_{12} - 2a_{22} = -4 \\ a_{22} - a_{32} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a_{13} + 4a_{33} = 0 \\ a_{13} - 2a_{23} = 0 \\ a_{23} - a_{33} = 2 \end{cases}$$

これを順に解いてゆくことにより $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ を得る。 □

問題 4. 行列 $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ は逆行列を持つかどうか判定し、持つなら逆行列を求めよ。

解. 逆行列を持ちそれは $\begin{pmatrix} 5/16 & -3/16 & 0 \\ 1/8 & 1/8 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$ である。行列の区分けと左上のブロックについて $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 5/16 & -3/16 \\ 1/8 & 1/8 \end{pmatrix}$ であることに注意すれば思考が節約できる。 □