

問題 1. 次の行列を行基本変形により標準階段行列にせよ。それぞれの階数は何か？

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & a \end{pmatrix} \quad (a \text{ は実数、場合分け必要})$$

解. (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $a \neq -5$ のとき $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $a = -5$ のとき $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

従って階数は次の通り。 (1) 3 (2) $a \neq -5$ のとき 3 $a = -5$ のとき 2 □

問題 2. 次の行列を行基本変形により標準階段行列にせよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 9 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

解. (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ □