D229 画像工学特論 レポート (No. 2: Curves and Surfaces)

2. 次の曲線に関して、(a) Coordinate system independence, (b) Convex hull, (c) Symmetry, (d) Endpoint interpolation をチェックし、かつ端点での接線を求めて、下図のcontrol polygonで定義された曲線の概形を描け。

(1) Cubic Bézier curves

$$\mathbf{Q}(t) = (1-t)^3\,\mathbf{P}_0 + 3t(1-t)^2\,\mathbf{P}_1 + 3t^2(1-t)\,\mathbf{P}_2 + t^3\,\mathbf{P}_3$$

(2) Timmer's parametric cubic curves

$$\mathbf{Q}(t) = (1-2t)(1-t)^2\,\mathbf{P}_0 + 4t(1-t)^2\,\mathbf{P}_1 + 4t^2(1-t)\,\mathbf{P}_2 + (2t-1)t^2\,\mathbf{P}_3$$

(3) Ball's Rational cubic curves

$$\mathbf{Q}(t) = (1-t)^2\,\mathbf{P}_0 + 2t(1-t)^2\,\mathbf{P}_1 + 2t^2(1-t)\,\mathbf{P}_2 + t^2\,\mathbf{P}_3$$

(4) Overhauser curves

$$\mathbf{Q}(t) = \left(-\frac{1}{2}t + t^2 - \frac{1}{2}t^3\right)\mathbf{P}_0 + \left(1 - \frac{5}{2}t^2 + \frac{3}{2}t^3\right)\mathbf{P}_1 + \left(\frac{1}{2}t + 2t^2 - \frac{3}{2}t^3\right)\mathbf{P}_2 + \left(-\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t^3\right)\mathbf{P}_3$$

【解答例】

	(a) 座標系独立	(b) 凸包	(c) 対称性	(d) 端点通過	(e) 接線	
					始点	終点
(1) Cubic Bezier	○	○	○	○	$3\,\overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$	$3\,\overrightarrow{\mathbf{P}_2\mathbf{P}_3}$
(2) Timmer's PC	○	×	○	○	$4\,\overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$	$4\,\overrightarrow{\mathbf{P}_2\mathbf{P}_3}$
(3) Ball's Rational Cubic	○	○	○	○	$2\,\overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1}$	$2\,\overrightarrow{\mathbf{P}_2\mathbf{P}_3}$
(4) Overhauser	○	×	○	×	$\frac{1}{2}\,\overrightarrow{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_2}$	$\frac{1}{2}\,\overrightarrow{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3}$

【チェック方法】

ブレンディング関数を $B_i^n(t)$ とすると、

(a) Coordinate system independence $\quad \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1$

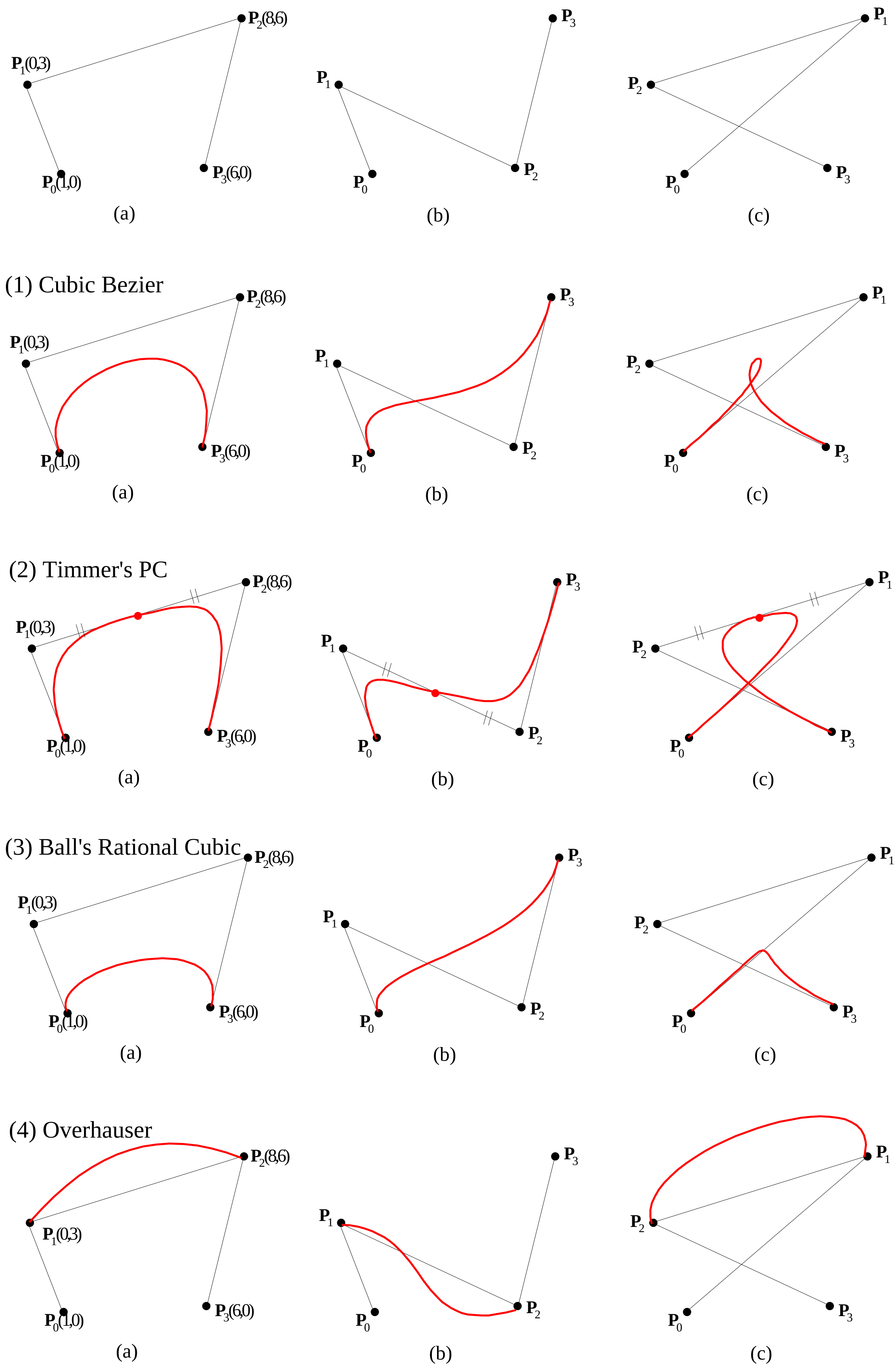
(b) Convex hull $\quad \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) = 1; \quad B_i^n(t) \geq 0,\ 0 \leq t \leq 1,\ i = 0, \ldots, n$

(c) Symmetry $\quad B_i^n(t) = B_{n-i}^n(1-t)$

(d) Endpoint interpolation $\quad B_0^n(0) = 1,\ B_i^n(0) = 0\ (i = 1, \ldots, n)$

$B_n^n(1) = 1,\ B_i^n(1) = 0\ (i = 0, \ldots, n-1)$

(e) Tangent vectors at the end points $\quad \left.\frac{d}{dt}\mathbf{Q}(t)\right|_{t=0,1}$



P1(0,3)
P2(8,6)
P0(1,0)
P3(6,0)
(a)
P0
P1
P2
P3
(b)
(c)
(1) Cubic Bezier
(2) Timmer's PC
(3) Ball's Rational Cubic
(4) Overhauser