論　文

制御ゲイン変動を受ける大規模システムのための 2次コスト保証制御

正　員　向谷　博明[*]　　正　員　田中　良幸[**]
正　員　水上　孝一[***]

The Guaranteed Cost Control for Large–Scale Systems under Control Gain Perturbations

Hiroaki Mukaidani[*], Member, Yoshiyuki Tanaka[**], Member, Koichi Mizukami[***], Member

The guaranteed cost control problem of the decentralized robust control for largr–scale systems with the norm–bounded time–varying parameter uncertainties and a given quadratic cost function is considered. Sufficient conditions for the existence of guaranteed cost controllers are given in terms of linear matrix inequality (LMI). It is shown that the decentralized local state feedback controllers can be obtained by solving the LMI. The problem of guaranteed cost control for large–scale systems under the gain perturbations is also considered.

キーワード：大規模システム, コスト保証制御, 分散制御, 線形行列不等式, ゲイン変動
Keywords: large–scale systems, guaranteed cost control, decentralized control, LMI, gain perturbations

1. はじめに

近年, 不確定要素あるいは外乱を含む大規模システムのロバスト分散制御は広範囲に研究されている[(1)~(7)]. 文献(1)〜(3) では, 多機電力システム (Multimachine Power System) に対して, リアプノフ関数及びリカッチ方程式をベースにした非線形ロバスト分散制御が提案されている. 後に, Wang ら[(4)] は同様の制御問題[(1)] に対して, 線形ロバスト分散制御を提案している. 一方, 新岡ら[(7)] は, H_∞ 制御理論に基づく分散型励磁系安定化制御を考察している.

通常, 不確定要素を含む大規模システムを制御する場合, ロバスト安定性だけでなく適切なレベルのコストパフォーマンスを保証する制御システムを設計することが同じく望まれる. この問題の1つのアプローチは, いわゆる2次コスト保証制御[(8)~(13)] である. このアプローチは, システムに不確定要素を含んでいる場合においても与えられた評価関数の上限が計算できる利点を持っている. 2次コスト保証制御問題を解くには, 現在2つの異なった設計方法が提案されている. 1つはリカッチ方程式の理論に基づく手法[(8)~(10)] であり, もう1つは, 線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality) の理論[(16)~(18)] に基づく手法である[(11)~(13)]. 最近では, 非線形大規模システムに対して, 状態フィードバックによる2次コスト保証制御が提案されている[(12)(13)]. しかしながら, 非常に最近, 設計された制御則をシステムに実装する場合, アクチュエータ, センサ等にモデル化誤差, あるいはパラメータ変動が発生するため, 制御ゲインの不確かさをあらかじめ見積もって制御則を構築しなければ, 不確定要素に対して制御則のロバスト性が保証されないことが報告されている[(14)]. さらには, 閉ループシステムの一部である制御則は, 制御則自身に含まれる係数の不確実に対して, ロバスト性が必要であると報告されている[(15)]. これらの理由は少なくとも2つある. 最初に, 制御則の実装はアナログ–デジタルとデジタル–アナログの変換に固有な不確かさ, センサ測定誤差, 数値計算上の丸め誤差を伴う. したがって, 制御則の設計段階でそれらの誤差に対して, 余裕をもって設計することが必要である. 第2に, 最適レギュレータのように実数の制御指標では, 制御システムのパフォーマンスの要件を全て獲得することができないから, 従来の制御系設計は制御

[*]広島大学　教育学研究科
〒739–8524　東広島市鏡山 1–1–1
Graduate School of Education,
Hiroshima University, Higashi–Hiroshima 739–8524
[**]広島大学　工学研究科
〒739–8527　東広島市鏡山 1–4–1
Graduate School of Engineering,
Hiroshima University, Higashi–Hiroshima 739–8527
[***]広島国際学院大学　工学部
〒739–0321　広島市安芸区 6–20–1
Faculty of Engineering,
Hiroshima Kokusai Gakuin University, Hiroshima 739–0321

則の再調整を必要とする．これは, どんな有用な設計手順でも, その係数の再調整のために十分な設計余裕を持っている制御則を構築しなければならないことを意味する．これまでのところ, 制御ゲインの不確かさを考慮した大規模システムに対する 2 次コスト保証制御は著者らの報告 (13) を除いて研究されていない.

本論文では, ノルム有界な不確定要素を含む大規模システムに対して, 状態フィードバックによる 2 次コスト保証分散制御を適用する．まず, LMI の基本的役割を理解するために, 従来の結果 (13) を基に不確定要素を含む線形大規模システムに対する 2 次コスト保証制御問題を考察する．続いて, 制御ゲインに不確かさが存在する大規模システムに対する 2 次コスト保証制御問題を解く．本論文の目的は, 設計パラメータに依存する LMI を解くことによって 2 次コスト保証分散制御則を構築することである．従来研究で扱われた大規模システム (12) (13) と本論文で対象とする大規模システムとの決定的な相違は, 制御ゲインの不確かさを考慮している点である．また, 新岡ら (7) が扱っているシステムには, 不確定要素が考慮されていないが, 本論文では, ノルム有界な不確定要素が含まれている．したがって, 従来より広範囲な大規模システムに対して不確定要素にロバストな制御則が構築可能である．さらに, 提案される設計方法は, 各サブシステムに独立して分散制御則が構築できる．したがって, 従来の大規模システムの最適制御における分散制御 (19) (20) と同様に, 各サブシステムごとに分散制御則が設計できるという意味で有用である．ここで, 注意として制御ゲインに不確定要素を含む 2 次コスト保証制御は文献 (13) で考察されている．しかし, 結果のみで定理の証明が示されていない．さらに, 結合システムに不確定要素が含まれておらず, 制御ゲインに含まれる不確定要素も厳しいマッチング条件が課せられている．そこで本論文では, 結合システムの不確定要素を考慮し 制御ゲインに含まれる不確定要素のマッチング条件を緩和する.

本論文では, 以下の記号を利用する．$\mathcal{S}^T$ は $\mathcal{S}$ の転置, $\mathbf{block-diag}$ はブロック対角行列, Trace $\mathcal{S}$ は行列 $\mathcal{S}$ の固有和をそれぞれ表す．最後に $I_n \in \mathbf{R}^{n\times n}$ は n 次の単位行列を表す.

2. 制御ゲインに不確かさが存在しない場合

まず, 制御ゲインに不確かさが存在しない大規模システムに対して, 2 次コスト保証制御則が存在するための十分条件を導出する．以下の不確定要素を含む大規模システムを考える．ただし, 新岡ら (7) が扱っているシステムには, 不確定要素が考慮されていないが, 本論文では, ノルム有界な不確定要素が含まれていることに注意を要する．また, 文献 (13) で考察されているシステムと比較して, 結合システムが線形かつ不確定要素を考慮している.

$$\dot{x}_i(t) = [A_i + \Delta A_i(t)]x_i(t) + [B_i + \Delta B_i(t)]u_i(t) + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} [A_{ij} + \Delta A_{ij}(t)]x_j(t) \cdots \text{(1a)}$$

$$x_i(t) = x_i(0),\ (i = 1,\ \cdots,\ N) \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(1b)}$$

ここで, $x_i \in \mathbf{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ は, それぞれ i 番目のサブシステムの状態ベクトル, 制御入力である．行列 A_i, B_i および A_{ij} はそれぞれ適切な次元をもつ既知である定数行列を表す．さらに, 不確定要素は以下の構造をもつと仮定する.

$$\begin{bmatrix} \Delta A_i(t) & \Delta B_i(t) & \Delta A_{ij}(t) \end{bmatrix} = D_i F_i(t) \begin{bmatrix} E_i^1 & E_i^2 & E_{ij} \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(2)}$$

ただし, $F_i(t) \in \mathbf{R}^{p_i \times r_i}$ は

$$F_i^T(t) F_i(t) \le I_{r_i} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(3)}$$

を満足する各要素がルベーグ可測である未知の時間関数行列である．大規模システム (1) に関係して, 評価関数 (4) を定義する.

$$J = \sum_{i=1}^{N} \int_0^\infty [x_i^T(t) Q_i x_i(t) + u_i^T(t) R_i u_i(t)] dt \cdots \text{(4)}$$

$$Q_i = Q_i^T > 0,\ R_i = R_i^T > 0$$

大規模システム (1) および評価関数 (4) に対して, 2 次コスト保証分散制御の定義を与える.

〔定義 1〕 大規模システム (1) を考える．すべての不確定要素 (2) および恒等的に 0 でない x_i に対して, 閉ループシステムが 2 次安定かつ $J \le \mathcal{J}$ を満足するようなある正定数 $\mathcal{J}$ が存在すれば, 分散制御 $u_i(t) = K_i x_i(t)$, $(i = 1, \cdots, N)$ は 2 次コスト保証分散制御である.

次の定理は, 2 次コスト保証分散制御が存在するための十分条件を与える.

〔定理 1〕 不確定要素を含む大規模システム (1) を考える．もし, すべての不確定要素 (2) に対して, 行列不等式 (5) を満足するような正定対称行列 $P_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ が存在すれば, 分散制御 $u_i(t) = K_i x_i(t)$, $(i = 1, \cdots, N)$ は 2 次コスト保証分散制御である.

$$\mathcal{M}_i = \begin{bmatrix} \Theta_i & P_i\tilde{A}_{i1} & \cdots & P_i\tilde{A}_{iN} \\ \tilde{A}_{i1}^T P_i & -I_{n_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}_{iN}^T P_i & 0 & \cdots & -I_{n_N} \end{bmatrix} < 0 \cdot \text{(5)}$$

ただし, $\mathcal{M}_i$ に $P_i\tilde{A}_{ii}$ は含まれていない．また,

$$\mathcal{M}_i \in \mathbf{R}^{\tilde{N}\times\tilde{N}},\ \tilde{N} := \sum_{j=1}^{N} n_j$$

$$\Theta_i := \tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i + \bar{R}_i + (N-1) I_{n_i}$$

$$\bar{A}_i := A_i + B_i K_i,\ \bar{E}_i := E_i^1 + E_i^2 K_i,$$

$$\tilde{A}_i := \bar{A}_i + D_i F_i(t) \bar{E}_i,\ \bar{R}_i := Q_i + K_i^T R_i K_i$$

$$\tilde{A}_{ij} := A_{ij} + D_i F_i(t) E_{ij}$$

(証明)　状態フィードバック $u_i(t) = K_i x_i(t)$ による閉ループシステムは (6) で与えられる．

$$\dot{x}_i(t) = \tilde{A}_i x_i(t) + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} \tilde{A}_{ij} x_j(t) \cdots\cdots\cdots (6)$$

このとき, 行列不等式 (5) を満足する正定対称行列 $P_i > 0$ が存在すると仮定する．閉ループシステム (6) の安定性を示すために, リアプノフ関数の候補として

$$V(x(t)) = \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t) P_i x_i(t) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

を用意する．閉ループシステム (6) に対して, 解軌道に沿った関数 $V(x(t))$ の時間微分は以下で与えられる．

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}V(x(t)) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \Big\{ x_i^T(t)[\tilde{A}_i^T P_i + P_i \tilde{A}_i] x_i(t) \\
&\qquad + 2x_i^T(t) P_i \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} \tilde{A}_{ij} x_j(t) \\
&\qquad + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} [x_j^T(t) x_j(t) - x_i^T(t) x_i(t)] \Big\} \\
&= \sum_{i=1}^{N} \xi_i^T(t) \begin{bmatrix} \Theta_i - \bar{R}_i & P_i \tilde{A}_{i1} & \cdots & P_i \tilde{A}_{iN} \\ \tilde{A}_{i1}^T P_i & -I_{n_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}_{iN}^T P_i & 0 & \cdots & -I_{n_N} \end{bmatrix} \xi_i(t) \\
&= \sum_{i=1}^{N} \xi_i^T(t) \mathcal{M}_i \xi_i(t) - \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t) \bar{R}_i x_i(t)
\end{aligned}$$

ただし,

$$\xi_i(t) := \begin{bmatrix} x_i^T(t) & x_1^T(t) & \cdots & x_N^T(t) \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{\tilde{N}}$$

ここで, 仮定より行列不等式 (5) が成立するので, 直ちに以下の不等式 (8) を得る．

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) < -\sum_{i=1}^{N} x_i^T(t) \bar{R}_i x_i(t) < 0 \cdots\cdots\cdots (8)$$

したがって, $V(x(t))$ は閉ループシステム (6) のリアプノフ関数であることが示された．以上より, 閉ループシステム (6) は 2 次安定である．続いて, 不等式 (8) の両辺を 0 から ∞ まで積分することによって以下の不等式を得る．

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{N} \Big(x_i^T(\infty) P_i x_i(\infty) - x_i^T(0) P_i x_i(0) \Big) \\
&< -\sum_{i=1}^{N} \int_0^{\infty} x_i^T(t) \bar{R}_i x_i(t) dt = -J
\end{aligned}$$

ここで, 閉ループシステム (6) が 2 次安定であることを考慮すれば $x(\infty) = 0$, すなわち $x_i(\infty) = 0$ $(i = 1, \cdots, N)$ である．したがって,

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{i=1}^{N} \int_0^{\infty} x_i^T(t) \bar{R}_i x_i(t) dt < \sum_{i=1}^{N} x_i^T(0) P_i x_i(0) \\
&= \mathcal{J} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)
\end{aligned}$$

以上より, 行列不等式 (5) を満足する正定対称行列 P_i が存在すれば, $u_i(t) = K_i x_i(t)$ はコスト行列 $P_i > 0$ を伴う 2 次コスト保証分散制御である．■

以上の準備のもと, 大規模システム (1) に対する LMI を利用した 2 次コスト保証制御則を与える．

〔定理 2〕　すべての自然数 i $(i = 1, \cdots, N)$ に対して, LMI (10) を満足するような正定対称行列 $X_i > 0 \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$, 行列 $Y_i \in \mathbf{R}^{m_i \times n_i}$, および正のスカラパラメータ $\mu_i > 0$ が存在すると仮定する．ただし $\Phi_i := A_i X_i + B_i Y_i + (A_i X_i + B_i Y_i)^T + \mu_i N D_i D_i^T$ このとき, フィードバック制御 (11) は, 大規模システム (1) に対する 2 次コスト保証分散制御則である．

$$u_i(t) = K_i x_i(t) = Y_i X_i^{-1} x_i(t) \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

さらに, コストの上限は (12) で与えられる．

$$J < \sum_{i=1}^{N} x_i^T(0) X_i^{-1} x_i(0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

定理 2 を証明するために, 以下の有用な補題を紹介する [8] [11]．

〔補題 1〕　$\mathcal{F}\mathcal{F}^T \le I_n$ を満足する行列 $\mathcal{F}$ および任意の行列 $\mathcal{G}$, $\mathcal{H}$ に対して,

$$\mathcal{G}\mathcal{F}\mathcal{H} + \mathcal{H}^T \mathcal{F}^T \mathcal{G}^T \le \varepsilon \mathcal{G}\mathcal{G}^T + \varepsilon^{-1} \mathcal{H}^T \mathcal{H}$$

が成立する．ただし $\varepsilon > 0$ である．

(証明)　以下のブロック対角行列を定義する．

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_i := \mathbf{block-diag} \Big[& P_i \quad I_{r_i} \quad I_{n_i} \quad I_{r_i} \quad \cdots \\
& I_{n_i} \quad I_{r_i} \quad I_{n_i} \quad I_{m_i} \quad I_{n_i} \quad \cdots \quad I_{n_i} \Big]
\end{aligned}$$

LMI (10) の右から $\mathcal{T}_i$, 左から $\mathcal{T}_i^T$ をかければ LMI (13) を得る．ただし, $\Upsilon_i := \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + \mu_i N P_i D_i D_i^T P_i$. LMI (13) に Schur complement [17] [18] を適用すれば (14) を得る．ただし, $\Xi_i := \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + \bar{R}_i + (N-1) I_{n_i}$. ここで, 補題 1 を (14) に適用すると,

$$\begin{aligned}
&\mathcal{L}_i \\
&\ge \begin{bmatrix} \Xi_i & P_i A_{i1} & \cdots & P_i A_{iN} \\ A_{i1}^T P_i & -I_{n_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^T P_i & 0 & \cdots & -I_{n_N} \end{bmatrix} \\
&\quad + \begin{bmatrix} P_i D_i & \cdots & P_i D_i \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} F_i \begin{bmatrix} \bar{E}_i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{i1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E_{iN} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$+\begin{bmatrix} \bar{E}_i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{i1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E_{iN} \end{bmatrix}^T F_i^T \begin{bmatrix} P_iD_i & \cdots & P_iD_i \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$= \mathcal{M}_i$$

したがって $\mathcal{L}_i < 0$ から $\mathcal{M}_i < 0$ となり, フィードバック (11) は大規模システム (1) に対する 2 次コスト保証分散制御則である. ■

〔注意 1〕 結合要素の項を表現する行列 A_{ij} および E_{ij} の各成分が非常に小さいとき, LMI (10) が満足されることは容易に確認出来る. 逆に, LMI (10) が満足されるためには, サブシステムごとの干渉が弱いことが必要である. したがって, 通常の大規模システムにおける分散制御 [19] [20] と同様に, 結合部分が非常に弱い場合には各サブシステムの性質が全体システムに保存されるので, 各サブシステムごとで制御則を構築すれば良い. その結果, 分散制御則の設計は容易になると予測される. その意味でも, 得られた LMI (10) は, 妥当であると考えられる.

LMI (10) は凸集合解 $(\mu_i,\ X_i,\ Y_i)$ から成る. したがって, MATLAB の LMI コントロールツールボックス [16] 等を利用して最適化可能である. そこで, LMI (10) に対するコスト上限の最適化問題を考える.

〔問題 **A**〕各 i に対して, 拘束条件である LMI (10), (15)

$$\begin{bmatrix} -\alpha_i & x_i^T(0) \\ x_i(0) & -X_i \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (15)$$

および $\mu_i > 0$ を満足するような凸集合解

$$\mathcal{X}_i \in (\mu_i,\ X_i,\ Y_i)$$

を考える. このとき, $\min_{\Sigma_{i=1}^N \mathcal{X}_i} \sum_{i=1}^N \alpha_i$ を最小化する分散制御ゲイン $K_i = Y_i X_i^{-1}$, $(i = 1, \cdots, N)$ を求めよ. すなわち, 以下の最適化問題 (16) を解け.

$$\mathcal{E}_0 : \min_{\Sigma_{i=1}^N \mathcal{X}_i} \sum_{i=1}^N \ \alpha_i,\ \mathcal{X}_i \in (\mu_i,\ X_i,\ Y_i) \cdots\cdots (16)$$

s.t. LMI (10), (15), $\mu_i > 0$.

問題 **A** は, 全サブシステムの和の最適化を意味し, 以下の定理より各 i ごとの最適化問題に置き換えることが可能となる.

〔定理 3〕 もし問題 **A** に対して, すべての i で最適解 μ_i, X_i, Y_i, および α_i が存在するなら, 分散状態フィードバック制御則 (11) はコストの上限 (12) を伴う 2 次コスト保証分散制御である. このとき, 最適化問題 (16) は, コストの上限 (12) の最小値を与える. さらに, 最適化問題 (16) は, 各 i に対する最適化問題 $\min_{\Sigma_{i=1}^N \mathcal{X}_i} \sum_{i=1}^N \ \alpha_i = \sum_{i=1}^N \min_{\mathcal{X}_i} \ \alpha_i$ に変換可能である.

(**証明**) まず, Schur complement [17] [18] を LMI (15) に適用すると, 以下の関係式を得る.

$$(15) \Leftrightarrow x_i^T(0) X_i^{-1} x_i(0) < \alpha_i \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

したがって, (12) で表されるコストの総和は $J < \sum_{i=1}^N \ \alpha_i$ を満足する. この総和を最小化すれば最適化問題 (16) の解となり, コストの上限 (12) の最小値を与える. さらに, 各サブシステムの最適化は, 他のサブシステムの構造情報なしで独立に行える. したがって, 最適化の順序が交換可能であり,

$$J < \sum_{i=1}^N x_i^T(0) X_i^{-1} x_i(0) < \sum_{i=1}^N \alpha_i$$

$$< \min_{\Sigma_{i=1}^N \mathcal{X}_i} \sum_{i=1}^N \ \alpha_i = \sum_{i=1}^N \min_{\mathcal{X}_i} \ \alpha_i = J^*$$

となる. 以上より, 最適化問題 (16) は, 各 i に対する α_i の最小化問題を意味する. ■

〔注意 2〕 定理 3 は初期値 $x_i(0)$ に依存する. そこで, 初期値 $x_i(0)$ の依存性を排除するために, $x_i(0)$ は平均 0, 期待値 $E[x_i(0)x_i(0)^T] = I_{n_i}$ であると仮定する [8] [12]. この場合, コスト保証の上限は,

$$E[J] < \sum_{i=1}^N E\left[x_i^T(0) X_i^{-1} x_i(0)\right] \ = \ \sum_{i=1}^N \mathrm{Trace}\ [X_i^{-1}]$$

$$< \sum_{i=1}^N \mathrm{Trace}\ [V_i] < \sum_{i=1}^N \min_{\mathcal{Y}_i} \mathrm{Trace}\ [V_i] = J^\dagger$$

になる. ただし,

$$\begin{bmatrix} -V_i & I_{n_i} \\ I_{n_i} & -X_i \end{bmatrix} < 0,\ \mathcal{Y}_i \in (\mu_i,\ X_i,\ Y_i,\ V_i)$$

さらに, 上式で表現される行列不等式は, 各サブシステム i において, 解 μ_i, X_i, Y_i および V_i は独立であるから, 各サブシステムごとに以下の最適化問題 $\mathcal{E}_i$ を解くだけで良い.

$$\mathcal{E}_i : \ \min_{\mathcal{Y}_i} \mathrm{Trace}\ [V_i],\ (i = 1, \cdots, N)$$

したがって, 大規模な最適化問題 $\mathcal{E}_0$ を解く必要がないので非常に有用である.

3. 制御ゲインに不確かさが存在する場合

この章では, 既に著者ら [13] が報告した結果を拡張する. すなわち, 結合システムの不確定要素を考慮し, 制御ゲインに含まれる不確定要素のマッチング条件を緩和する. 制御ゲインに不確かさが存在する大規模システム (18) を考える.

$$\dot{x}_i(t) = [A_i + \Delta A_i(t)] x_i(t) + B_i u_i(t)$$

$$+ \sum_{j=1,\ j \neq i}^N [G_{ij} + \Delta G_{ij}(t)] g_{ij}(t,\ x_j) (18a)$$

$$u_i(t) = [K_i + \Delta K_i(t)] x_i(t) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (18b)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & (E_i^1X_i+E_i^2Y_i)^T & A_{i1} & 0 & \cdots & A_{iN} & 0 & X_i & Y_i^T & X_i & \cdots & X_i \\ E_i^1X_i+E_i^2Y_i & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{i1}^T & 0 & -I_{n_1} & E_{i1}^T & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & E_{i1} & -\mu_i I_{r_i} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^T & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{n_N} & E_{iN}^T & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & E_{iN} & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ X_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ Y_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & -R_i^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ X_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{n_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{n_i} \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (10)$$

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_i & \bar{E}_i^T & P_iA_{i1} & 0 & \cdots & P_iA_{iN} & 0 & I_{n_i} & K_i^T & I_{n_i} & \cdots & I_{n_i} \\ \bar{E}_i & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{i1}^TP_i & 0 & -I_{n_1} & E_{i1}^T & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & E_{i1} & -\mu_i I_{r_i} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^TP_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{n_N} & E_{iN}^T & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & E_{iN} & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_i & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & -R_i^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{n_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{n_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{n_i} \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (13)$$

$$\mathcal{L}_i := \begin{bmatrix} \Xi_i + \mu_i N P_i D_i D_i^T P_i + \mu_i^{-1}\bar{E}_i^T\bar{E}_i & P_iA_{i1} & \cdots & P_iA_{iN} \\ A_{i1}^TP_i & -I_{n_1} + \mu_i^{-1}E_{i1}^TE_{i1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{iN}^TP_i & 0 & \cdots & -I_{n_N} + \mu_i^{-1}E_{iN}^TE_{iN} \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (14)$$

$$x_i(t) = x_i(0),\ (i = 1,\ \cdots,\ N) \cdots\cdots (18c)$$

ここで, $x_i \in \mathbf{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ は, それぞれ i 番目のサブシステムの状態ベクトル, 制御入力である．行列 A_i および B_i はそれぞれ適切な次元をもつ既知である定数行列を表す．G_{ij} は, i 番目のサブシステムと他のシステムのノミナルな結合行列である．$g_{ij}(t,\ x_j) \in \mathbf{R}^{l_j}$ は, 非線形特性を表す未知なベクトル値関数である．一方, 制御ゲインに含まれる不確定要素は以下の構造をもつと仮定する．

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \Delta K_i(t) & \Delta G_{ij}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} H_iF_i^k(t)E_i^k & D_{ij}F_{ij}E_{ij}^g \end{bmatrix} \cdots\cdots (19) \end{aligned}$$

ただし, $F_i^k(t) \in \mathbf{R}^{q_i^k \times s_i^k}$, $F_{ij}(t) \in \mathbf{R}^{q_{ij} \times s_{ij}}$ は

$$F_i^{kT}(t)F_i^k(t) \le I_{s_i^k},\ F_{ij}^T(t)F_{ij}(t) \le I_{s_{ij}} \cdots\cdots (20)$$

を満足する各要素がルベーグ可測である未知の時間関数行列である．また, 不確定要素 $\Delta A_i(t)$ は (2) を満足すると仮定する．ベクトル値関数 $g_{ij}(t,\ x_j)$ に関しては, 以下の (21) を満足すると仮定する．

$$\|g_{ij}(t,\ x_j)\| \le \|W_{ij}x_j\| \cdots\cdots (21)$$

ただし, W_{ij} は適切な次元をもつ既知である定数行列を表す．

従来の結果 (13) と比較して, 本論文では $\Delta G_{ij}(t)$ を考慮していること, および, $F_i^k(t) \neq F_i(t)$ であり, マッチング条件が緩和されていることに注意が必要である．また, 制御入力の係数行列 B_i に不確定要素を含んでいない理由は, フィードバックを施した閉ループシステム全体で不確定要素を表現するためである (14)．

大規模システム (18) に関係して, 評価関数 (4) を定義を与える．ただし, 制御ゲインに不確かさが存在する場合,

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^{N}\int_0^\infty [x_i^T(t)Q_ix_i(t) + u_i^T(t)R_iu_i(t)]dt \\ &= \sum_{i=1}^{N}\int_0^\infty \Big(x_i^T(t)Q_ix_i(t) \\ &\quad + x_i^T(t)[K_i + \Delta K_i(t)]^TR_i[K_i + \Delta K_i(t)]x_i(t)\Big)dt \end{aligned}$$

となることに注意されたい．大規模システム (18) および評価関数 (4) に対して, 2 次コスト保証分散制御が存在するための十分条件を与える．

〔定理 4〕 不確定要素を含む大規模システム (18) を考える． もし, すべての不確定要素 $\Delta A_i(t)$, $\Delta G_{ij}(t)$, $\Delta K_i(t)$ に対して, 行列不等式 (22) を満足するような正定対称行列 $P_i \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ が存在すれば, 分散制御 (18b) は 2 次コスト保証分散制御である．

$$\mathcal{N}_i = \begin{bmatrix} \Psi_i & P_i\hat{G}_{i1} & \cdots & P_i\hat{G}_{iN} \\ \hat{G}_{i1}^TP_i & -I_{l_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{G}_{iN}^TP_i & 0 & \cdots & -I_{l_N} \end{bmatrix} < 0 \cdot (22)$$

ただし, $\mathcal{N}_i$ に $P_i\hat{G}_{ii}$ は含まれていない．また,

$\mathcal{N}_i \in \mathbf{R}^{\tilde{N}\times\tilde{N}},\ \hat{A}_i := \bar{A}_i + D_iF_iE_i^1 + B_iH_iF_i^kE_i^k$

$$\Psi_i := \hat{A}_i^TP_i + P_i\hat{A}_i + \hat{R}_i + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} W_{ji}^TW_{ji}$$

$\hat{R}_i := Q_i + \hat{K}_i^TR_i\hat{K}_i,\ \hat{K}_i := K_i + H_iF_i^kE_i^k$

$\hat{G}_{ij} := G_{ij} + D_{ij}F_{ij}E_{ij}^g$

(**証明**)　状態フィードバック $u_i(t) = \hat{K}_ix_i(t)$ による閉ループシステムは (23) で与えられる．

$$\dot{x}_i = \hat{A}_ix_i + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} \hat{G}_{ij}g_{ij}(t,\ x_j) \cdots\cdots\cdots (23)$$

このとき, 行列不等式 (22) を満足する正定対称行列 $P_i > 0$ が存在すると仮定する．閉ループシステム (23) の安定性を示すために, リアプノフ関数の候補として (7) を用意する．閉ループシステム (23) に対して, 解軌道に沿った関数 $V(x(t))$ の時間微分は以下で与えられる．

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}V(x(t))\\ &= \sum_{i=1}^{N}\Biggl\{x_i^T[\hat{A}_i^TP_i + P_i\hat{A}_i]x_i\\ &\quad + \Biggl(\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}\hat{G}_{ij}g_{ij}(t,\ x_j)\Biggr)^TP_ix_i\\ &\quad + x_i^TP_i\Biggl(\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}\hat{G}_{ij}g_{ij}(t,\ x_j)\Biggr)\Biggr\}.\end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}(x_i^TW_{ji}^TW_{ji}x_i - g_{ij}^Tg_{ij})\\ &= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}(x_j^TW_{ij}^TW_{ij}x_j - g_{ij}^Tg_{ij})\end{aligned}$$

に注意すれば以下のように展開できる．

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}V(x(t))\\ &= \sum_{i=1}^{N}\eta_i^T\begin{bmatrix}\Psi_i - \hat{R}_i & P_i\hat{G}_{i1} & \cdots & P_i\hat{G}_{iN}\\ \hat{G}_{i1}^TP_i & -I_{l_1} & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \hat{G}_{iN}^TP_i & 0 & \cdots & -I_{l_N}\end{bmatrix}\eta_i\\ &\quad - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}(x_j^TW_{ij}^TW_{ij}x_j - g_{ij}^Tg_{ij})\\ &= \sum_{i=1}^{N}\eta_i^T\mathcal{N}_i\eta_i - \sum_{i=1}^{N}x_i^T\hat{R}_ix_i\\ &\quad - \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}(x_j^TW_{ij}^TW_{ij}x_j - g_{ij}^Tg_{ij})\end{aligned}$$

ただし,

$$\eta_i(t) := \begin{bmatrix} x_i^T & g_{i1}^T & \cdots & g_{iN}^T\end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{\tilde{N}}$$

ここで, 仮定より不等式 (22) が成立するので, 不等式 (21) を考慮すれば, 直ちに以下の不等式 (24) を得る．

$$\frac{d}{dt}V(x(t)) < -\sum_{i=1}^{N}x_i^T(t)\hat{R}_ix_i(t) < 0 \cdots\cdots (24)$$

したがって, $V(x(t))$ は閉ループシステム (23) のリアプノフ関数であることが示された．以上より, 閉ループシステム (23) は 2 次安定である．評価関数 (4) の上限の証明は定理 1 の証明と同様なので省略する．■

制御ゲインに不確かさが存在する大規模システム (18) に対する LMI を利用した 2 次コスト保証制御則を与える．

〔**定理 5**〕　すべての自然数 $i,\ (i = 1,\cdots,N)$ に対して, LMI (25) を満足するような正定対称行列 $X_i > 0 \in \mathbf{R}^{n_i\times n_i}$, 行列 $Y_i \in \mathbf{R}^{m_i\times n_i}$, および正のスカラパラメータ $\mu_i > 0,\ \varepsilon_i > 0,\ \nu_i > 0$ が存在すると仮定する．ただし,

$$\begin{aligned}\Gamma_i &:= A_iX_i + B_iY_i + (A_iX_i + B_iY_i)^T + \mu_iD_iD_i^T\\ &\quad + \varepsilon_iB_iH_iH_i^TB_i^T + \nu_i\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}D_{ij}D_{ij}^T\end{aligned}$$

$$U_i := \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}W_{ji}^TW_{ji} > 0$$

このとき, 制御ゲイン $K_i = Y_iX_i^{-1},\ (i = 1,\ \cdots,N)$ は, 大規模システム (18) に対する 2 次コスト保証分散制御ゲインである．さらに, コストの上限は (12) で与えられる．

(**証明**)　以下のブロック対角行列を定義する．

$$\mathcal{S}_i := \mathbf{block-diag}\begin{bmatrix} P_i & I_{n_i} & I_{m_i} & I_{n_i} & I_{r_i} & I_{r_i} & I_{l_1} & I_{r_i} & \cdots & I_{l_N} & I_{r_i}\end{bmatrix}$$

LMI (25) の右から $\mathcal{S}_i$, 左から $\mathcal{S}_i^T$ をかければ LMI (26) を得る．ただし,

$$\begin{aligned}\Omega_i &:= \bar{A}_i^TP_i + P_i\bar{A}_i + \mu_iP_iD_iD_i^TP_i\\ &\quad + \varepsilon_iP_iB_iH_iH_i^TB_i^TP_i + \nu_iP_i\Biggl(\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N}D_{ij}D_{ij}^T\Biggr)P_i\end{aligned}$$

LMI (26) に Schur complement [17] [18] を適用すれば (27) を得る．ただし, $\Pi_i := \Omega_i + \mu_i^{-1}E_i^{1T}E_i^1 + \varepsilon_i^{-1}E_i^{kT}E_i^k$. ここで, 補題 1 を (27) に適用すれば (28) を得る．

$(28) \Leftrightarrow 0 > \mathcal{L}_i$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_i & X_i & Y_i^T+\varepsilon_i B_i H_i H_i^T & X_i & X_i E_i^{1T} & X_i E_i^{kT} & G_{i1} & 0 & \cdots & G_{iN} & 0 \\ X_i & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ Y_i+\varepsilon_i H_i H_i^T B_i^T & 0 & -R_i^{-1}+\varepsilon_i H_i H_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ X_i & 0 & 0 & -U_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E_i^1 X_i & 0 & 0 & 0 & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E_i^k X_i & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_i I_{r_i} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ G_{i1}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{l_1} & E_{i1}^{gT} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{i1}^g & -\nu_i I_{r_i} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{iN}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{l_N} & E_{iN}^{gT} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & E_{iN}^g & -\nu_i I_{r_i} \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (25)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_i & I_{n_i} & K_i^T+\varepsilon_i P_i B_i H_i H_i^T & I_{n_i} & E_i^{1T} & E_i^{kT} & P_i G_{i1} & 0 & \cdots & P_i G_{iN} & 0 \\ I_{n_i} & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ K_i+\varepsilon_i H_i H_i^T B_i^T P_i & 0 & -R_i^{-1}+\varepsilon_i H_i H_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & -U_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E_i^1 & 0 & 0 & 0 & -\mu_i I_{r_i} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E_i^k & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_i I_{r_i} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ G_{i1}^T P_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{l_1} & E_{i1}^{gT} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{i1}^g & -\nu_i I_{r_i} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{iN}^T P_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{l_N} & E_{iN}^{gT} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & E_{iN}^g & -\nu_i I_{r_i} \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (26)$$

$$\mathcal{L}_i := \begin{bmatrix} \Pi_i & I_{n_i} & K_i^T+\varepsilon_i P_i B_i H_i H_i^T & I_{n_i} & P_i G_{i1} & \cdots & P_i G_{iN} \\ I_{n_i} & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_i+\varepsilon_i H_i H_i^T B_i^T P_i & 0 & -R_i^{-1}+\varepsilon_i H_i H_i^T & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & -U_i^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ G_{i1}^T P_i & 0 & 0 & 0 & -I_{l_1}+\nu_i^{-1} E_{i1}^{gT} E_{i1}^g & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{iN}^T P_i & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{l_N}+\nu_i^{-1} E_{iN}^{gT} E_{iN}^g \end{bmatrix} < 0 \cdots\cdots (27)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_i \geq & \begin{bmatrix} \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i & I_{n_i} & K_i^T & I_{n_i} & P_i G_{i1} & \cdots & P_i G_{iN} \\ I_{n_i} & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ K_i & 0 & -R_i^{-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & -U_i^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ G_{i1}^T P_i & 0 & 0 & 0 & -I_{l_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{iN}^T P_i & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -I_{l_N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_i D_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F_i \begin{bmatrix} E_i^{1T} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} E_i^{1T} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F_i^T \begin{bmatrix} P_i D_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T \\ & + \begin{bmatrix} P_i B_i H_i \\ 0 \\ H_i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F_i^k \begin{bmatrix} E_i^{kT} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} E_i^{kT} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F_i^{kT} \begin{bmatrix} P_i B_i H_i \\ 0 \\ H_i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} O & P_i D_{i1} & \cdots & P_i D_{iN} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F_{i1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & F_{iN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} O & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{i1}^g & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E_{iN}^g \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} O & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_{i1}^g & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E_{iN}^g \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} O & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F_{i1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & F_{iN} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} O & P_i D_{i1} & \cdots & P_i D_{iN} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T \cdots\cdots (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \geq & \begin{bmatrix} \hat{A}_i^T P_i + P_i \hat{A}_i & I_{n_i} & \hat{K}_i^T & I_{n_i} & P_i \hat{G}_{i1} \cdots P_i \hat{G}_{iN} \\ I_{n_i} & -Q_i^{-1} & 0 & 0 & 0 \quad \cdots \quad 0 \\ \hat{K}_i & 0 & -R_i^{-1} & 0 & 0 \quad \cdots \quad 0 \\ I_{n_i} & 0 & 0 & -U_i^{-1} & 0 \quad \cdots \quad 0 \\ \hat{G}_{i1}^T P_i & 0 & 0 & 0 & -I_{l_1} \quad \cdots \quad 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ \hat{G}_{iN}^T P_i & 0 & 0 & 0 & 0 \quad \cdots \quad -I_{l_N} \end{bmatrix} \\ = & \Lambda_i \end{aligned}$$

行列不等式 (28) に相当する $\mathcal{L}_i < 0$ に Schur complement [17] [18] を適用すれば (29) を得る．

$$\hat{A}_i^T P_i + P_i \hat{A}_i + P_i \left(\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} \hat{G}_{ij} \hat{G}_{ij}^T \right) P_i$$

$$+\hat{R}_i + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} W_{ji}^T W_{ji} < 0 \cdots\cdots (29)$$

一方, Schur complement を (22) に適用すれば (29) を得る． したがって，行列不等式 (22) が成立するので, $K_i = Y_i X_i^{-1}$ は大規模システム (18) に対する 2 次コスト保証分散制御の分散ゲインである．コストの上限に関する証明は, 定理 2 と同様なので省略する．■

〔注意 3〕 LMI (25) は凸集合解 $(\mu_i, \varepsilon_i, \nu_i,\ X_i,\ Y_i)$ に対して, 定理 3 と同様に MATLAB の LMI コントロール

ツールボックス[16] 等を利用して最適化可能である．

〔注意 4〕 実際，制御入力は (18b) の $u_i(t) = [K_i + \Delta K_i(t)]x_i(t)$ ではなく，$u_i(t) = K_i x_i(t)$ であることに注意が必要である．すなわち，ゲイン変動を考慮しているため $\Delta K_i(t)$ を含めているだけで，不確定要素も入力する意味ではない．$\Delta K_i(t)$ を含めることによって，アクチュエータの不確定な時間変動があっても，ロバストな 2 次コスト保証制御が可能である．その意味で，従来の結果[12][13] より現実的なシステムを対象としている．

4. 数　値　例

提案された 2 次コスト保証分散制御の有用性を確認するためにシミュレーションを行う．

〈4•1〉 制御ゲインに不確かさが存在しない場合 次数が 4 の 3 つのサブシステムからなる大規模システムを考える．ここでシステムの構造は文献 (7) を参考に，不確定要素を含んでいる電力システムを想定している．システム (1) に対応する行列を以下に記述する．

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.922 & 1 & -0.266 & -0.009 \\ -2.75 & -2.78 & -1.36 & -0.37 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4.95 & 0 & -55.5 & -0.39 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0.024 & 0 & -0.087 & -0.002 \\ -0.0158 & 0 & 0.11 & -0.011 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.222 & 0 & 0.0817 & 0.004 \end{bmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0.072 & 0 & -0.025 & -0.003 \\ -0.046 & 0 & 0.28 & -0.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0924 & 0 & 0.175 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.21 & 1 & -1.6 & -0.005 \\ -1.9 & -1.8 & 9.3 & -0.12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3.1 & 0 & -5.6 & 0.032 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0.021 & 0 & 0.0121 & 0.003 \\ -0.011 & 0 & -0.162 & -0.015 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0243 & 0 & 0.0137 & -0.034 \end{bmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0.046 & 0.002 \\ -1 & 0 & 0.00149 & -0.04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.012 & 0 & 0.0298 & -0.028 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.197 & 1 & -1.2 & -0.003 \\ -54.4 & 20 & 70.1 & -2.37 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3.4 & 0 & -21 & -0.017 \end{bmatrix}$$

$$A_{31} = \begin{bmatrix} -0.002 & 0 & 0.083 & 0 \\ -0.0678 & 0 & -0.101 & -0.09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.124 & 0 & 0.0498 & -0.017 \end{bmatrix}$$

$$A_{32} = \begin{bmatrix} 0.011 & 0 & 0.022 & 0 \\ -0.021 & 0 & 0.017 & -0.0123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.007 & 0 & 0.0637 & -0.011 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.61 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.89 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5.63 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \\ 0 \\ 0.01 \end{bmatrix},\ D_2 = D_1,\ D_3 = D_1$$

$$E_1^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0.02 \end{bmatrix},\ E_1^2 = \begin{bmatrix} 0.015 \end{bmatrix}$$

$$E_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.015 & 0.005 \end{bmatrix}$$

$$E_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.03 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

$$E_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0.001 \end{bmatrix},\ E_2^2 = \begin{bmatrix} 0.01 \end{bmatrix}$$

$$E_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.02 & 0.001 \end{bmatrix}$$

$$E_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0.0005 \end{bmatrix}$$

$$E_3^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.001 & 0.02 \end{bmatrix},\ E_3^2 = \begin{bmatrix} 0.02 \end{bmatrix}$$

$$E_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.005 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$E_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.05 & 0.001 \end{bmatrix}$$

$$R_i = 0.1,\ Q_i = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix},\ (i = 1,\ 2,\ 3)$$

定理 3 から，以下のように 2 次コスト保証分散制御 (11) の分散制御ゲイン K_i $(i = 1,\ 2,\ 3)$ を得る．

$$K_1 = \begin{bmatrix} -4.8173 & -4.9833 & -3.5753 \times 10 & -6.1535 \times 10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -1.3976 \times 10 & -5.5612 & -6.0286 & 5.5556 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -7.4229 & -1.0271 \times 10 & -3.5804 \times 10 & 4.3695 \end{bmatrix}$$

このとき，閉ループシステムの 2 次コストの上限は $J^\dagger = 3.9653 \times 10^2$ である．ただし，

$$\min_{\mathcal{Y}_1} \ \mathrm{Trace}\ [V_1] = 2.5732 \times 10^2$$

$$\min_{\mathcal{Y}_2} \ \mathrm{Trace}\ [V_2] = 2.3863 \times 10$$

$$\min_{\mathcal{Y}_3} \ \mathrm{Trace}\ [V_3] = 1.1535 \times 10^2$$

$$K_{11}=\begin{bmatrix} -2.3488 & -2.6787 & -1.8729\times10 & -7.8836\times10^{-1}\\ -1.9019\times10^{-2} & -2.4626\times10^{-3} & 1.1910 & -1.7495\times10^{-2}\\ -1.0979\times10^{-1} & -8.6706\times10^{-3} & 3.5433\times10^{-1} & -1.5428\times10^{-2}\end{bmatrix}$$

$$K_{12}=\begin{bmatrix} -3.6575\times10^{-2} & -1.1267\times10^{-3} & 1.9080\times10^{-2} & 5.3747\times10^{-2}\\ -8.9413 & -3.2816 & -5.1435 & 3.8390\\ -7.4113\times10^{-2} & -1.5123\times10^{-3} & 5.6544\times10^{-2} & -3.2155\times10^{-2}\end{bmatrix}$$

$$K_{13}=\begin{bmatrix} -1.5338\times10^{-1} & -5.5596\times10^{-3} & -5.6913\times10^{-1} & 3.0857\times10^{-2}\\ -1.3786\times10^{-2} & -2.1193\times10^{-3} & 2.4132\times10^{-1} & 6.1275\times10^{-3}\\ -4.9484 & -8.4897 & -2.7941\times10 & 4.2131\end{bmatrix}$$

である．2 次コスト保証分散制御 (11) による閉ループシステムの時間応答を Fig. 1–3 に示す．ただし．不確定要素を表現する関数 $F_i(t)$ を以下のように設定した．

$$F_1(t)=\sin(60\pi t),\ F_2(t)=1-\exp(-0.01t)$$
$$F_3(t)=\frac{1}{2}\sin(120\pi t)$$

さらに初期条件を以下のようにランダムに設定した．

$$x_1(0)=\begin{bmatrix}x_{11}(0)\\x_{12}(0)\\x_{13}(0)\\x_{14}(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0.5\end{bmatrix}$$

$$x_2(0)=\begin{bmatrix}x_{21}(0)\\x_{22}(0)\\x_{23}(0)\\x_{24}(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.2\\1.5\\0\\-0.5\end{bmatrix}$$

$$x_3(0)=\begin{bmatrix}x_{31}(0)\\x_{32}(0)\\x_{33}(0)\\x_{34}(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0.5\\0\\0.5\end{bmatrix}$$

Fig. 1–3 より, 閉ループシステムが漸近安定であることが確認される．一方, 比較のために最適レギュレータ (LQR) による時間応答を Fig. 4–6 に示す．ここで, LQR 制御で得られた制御ゲインは以下のようにブロック分割して上段に示す．

$$u(t)=\begin{bmatrix} u_1^T(t) & u_2^T(t) & u_3^T(t)\end{bmatrix}^T$$
$$=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13}\end{bmatrix}=-R^{-1}B^TP$$
$$PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+Q=0$$
$$A=\begin{bmatrix}A_1 & A_{12} & A_{13}\\ A_{21} & A_2 & A_{23}\\ A_{31} & A_{32} & A_3\end{bmatrix}$$
$$B=\mathbf{block-diag}\begin{bmatrix}B_1 & B_2 & B_3\end{bmatrix}$$
$$Q=\mathbf{block-diag}\begin{bmatrix}Q_1 & Q_2 & Q_3\end{bmatrix}$$
$$R=\mathbf{block-diag}\begin{bmatrix}R_1 & R_2 & R_3\end{bmatrix}$$

ここで, コストの最小の上界値は $J^{\dagger}=\mathrm{Trace}\ P=1.2084\times10^2$ である．Fig. 1–3 と Fig. 4–5 を比較すれば, 時間応答の概形はほぼ同じである．しかしながら, 2 次コスト保証分散制御の場合, コストの増加にともない若干収束が速くなっていることが確認される．分散制御 (19) (20) によるシミュレーションも行ったが, 最適レギュレータ (LQR) による時間応答とほぼ同じであったため, 時間応答は省略している．ここで, 分散制御の制御ゲインは以下で与えられる．

$$u(t)=\begin{bmatrix}\bar{u}_1^T(t) & \bar{u}_2^T(t) & \bar{u}_3^T(t)\end{bmatrix}^T$$
$$=\begin{bmatrix}\bar{K}_1 & 0 & 0\\ 0 & \bar{K}_2 & 0\\ 0 & 0 & \bar{K}_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}$$
$$\bar{K}_i=-R_i^{-1}B_i^TP_{ii},\ (i=1,\ 2,\ 3)$$
$$P_{ii}A_i+A_i^TP_{ii}-P_{ii}B_iR_i^{-1}B_i^TP_{ii}+Q_i=0$$
$$\bar{K}_1$$
$$=\begin{bmatrix}-2.3455 & -2.6785 & -1.8747\times10 & -7.8908\times10^{-1}\end{bmatrix}$$
$$\bar{K}_2=\begin{bmatrix}-8.9350 & -3.2814 & -5.1449 & 3.8377\end{bmatrix}$$
$$\bar{K}_3=\begin{bmatrix}-4.9441 & -8.4896 & -2.7946\times10 & 4.2138\end{bmatrix}$$

2 次コスト保証分散制御は, LQR 制御よりコストの増加を伴うが, システムに不確定要素が含まれていても漸近安定性を保証できる．また, シミュレーションでは行わなかったが, LQR 制御と同様に評価関数の重みを変化させることで, 所望の過渡応答性を実現できる．以上の点から, 2 次コスト保証分散制御は非常に有用な制御と考えることができる．

〈4・2〉 制御ゲインに不確かさが存在する場合　次数が 2 の 3 つのサブシステムからなる不確定大規模システムを考える．ここで, 制御ゲインに不確かさが存在すると仮定する．システム (18) に対応する行列を以下に記述する．

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix},\ G_{12}=\begin{bmatrix}0\\0.2\end{bmatrix},\ G_{13}=\begin{bmatrix}0\\0.1\end{bmatrix}$$
$$B_1=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ D_1=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$
$$A_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix},\ G_{23}=\begin{bmatrix}0\\0.4\end{bmatrix},\ G_{21}=\begin{bmatrix}0\\0.1\end{bmatrix}$$

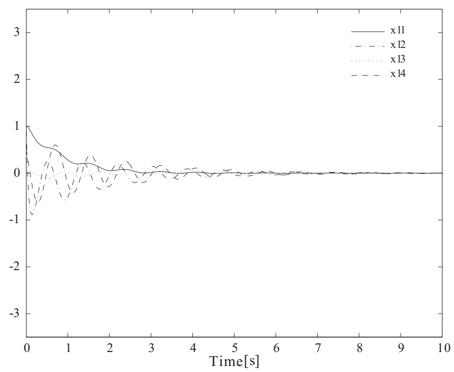

Fig. 1. Response of the closed–loop system 1 with the proposed control method.

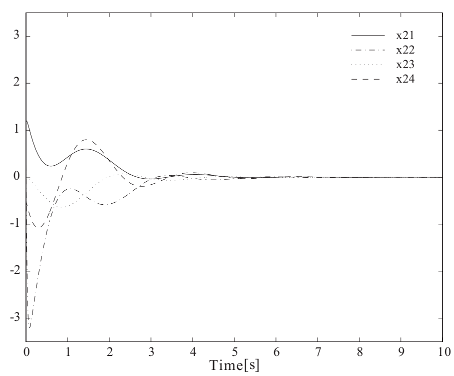

Fig. 2. Response of the closed–loop system 2 with the proposed control method.

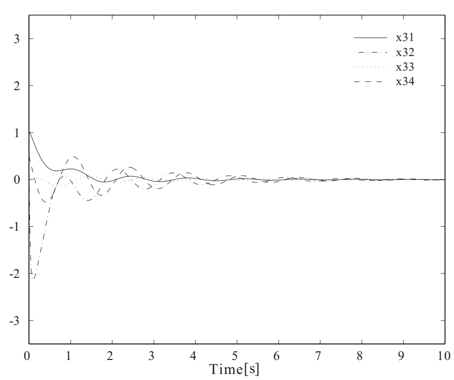

Fig. 3. Response of the closed–loop system 3 with the proposed control method.

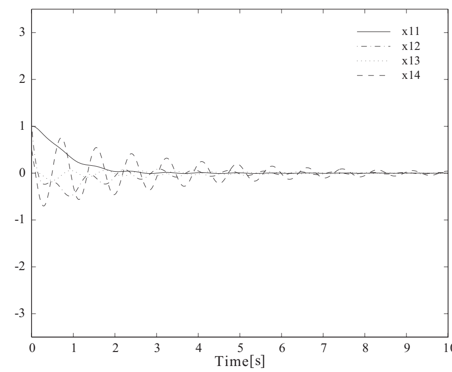

Fig. 4. Response of the closed–loop system 1 with the LQR.

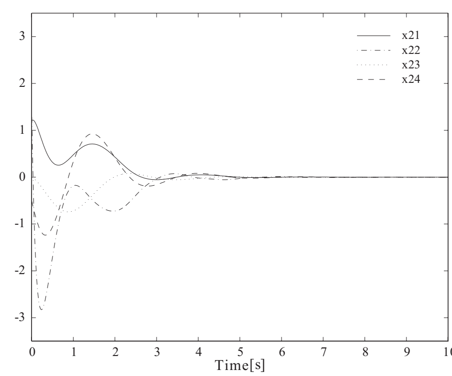

Fig. 5. Response of the closed–loop system 2 with the LQR.

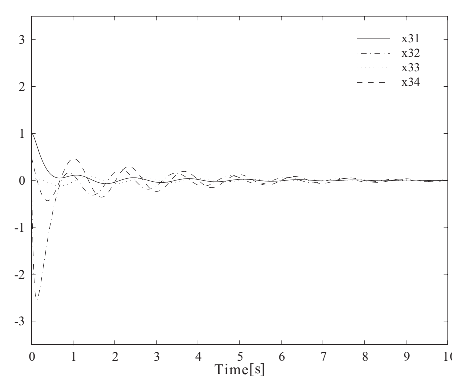

Fig. 6. Response of the closed–loop system 3 with the LQR.

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},\ D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ G_{31} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix},\ G_{32} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix},\ D_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$E_1^1 = E_2^1 = E_3^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = \begin{bmatrix} 0.01 \end{bmatrix}$$

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix},\ E_{ij}^g = \begin{bmatrix} 0.01 \end{bmatrix}$$

$$E_1^k = E_2^k = E_3^k = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 1,\ Q_1 = Q_2 = Q_3 = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$g_{12}(t,\ x_2) = \sin([1\ 0]x_2),\ g_{13}(t,\ x_3) = \sin([1\ 0]x_3)$$

$$g_{23}(t,\ x_3) = \sin([1\ 0]x_3),\ g_{21}(t,\ x_1) = \sin([1\ 0]x_1)$$

$$g_{31}(t,\ x_1) = \sin([1\ 0]x_1),\ g_{32}(t,\ x_2) = \sin([1\ 0]x_2)$$

ここで, $|g_{ij}(t,\ x_j)| \le \|x_j\|$ が成立するので $W_{12} = W_{13} = W_{23} = W_{21} = W_{31} = W_{32} = I_2$ と計算される.

定理 5 から, 以下のように分散制御ゲイン K_i $(i = 1,\ 2,\ 3)$ を得る.

$$K_1 = \begin{bmatrix} -4.0697 \times 10^{-2} & -9.0891 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$
$$K_2 = \begin{bmatrix} -4.1200 \times 10^{-2} & -4.5351 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$
$$K_3 = \begin{bmatrix} -1.4869 & -1.5208 \end{bmatrix}$$

このとき, 閉ループシステムの 2 次コストの上限は $J^\dagger = 2.426062$ である. ただし,

$$\min_{\mathcal{Y}_1} \ \mathrm{Trace}\,[V_1] = 2.21600 \times 10^{-1}$$
$$\min_{\mathcal{Y}_2} \ \mathrm{Trace}\,[V_2] = 1.28286 \times 10^{-1}$$
$$\min_{\mathcal{Y}_3} \ \mathrm{Trace}\,[V_3] = 2.076176$$

である. 以上より, コストの上限を最小にする分散制御則が LMI (24) を解くことによって求められた.

定理 5 で得られた 2 次コスト保証分散制御ゲインによる閉ループシステムの時間応答を Fig. 7–9 に示す. ただし. 不確定要素を表現する関数 (19) を以下のように設定した.

$$F_1(t) = \sin(60\pi t),\ F_1^k(t) = 1 - \exp(-0.01t)$$
$$F_{12}(t) = F_{13}(t) = \cos^2(60\pi t)$$
$$F_2(t) = \sin(120\pi t),\ F_2^k(t) = 1 - \exp(-0.02t)$$
$$F_{23}(t) = F_{21}(t) = \cos^2(60\pi t)$$
$$F_3(t) = \sin(180\pi t),\ F_3^k(t) = 1 - \exp(-0.03t)$$
$$F_{31}(t) = F_{32}(t) = \cos^2(60\pi t)$$

さらに初期条件を以下のようにランダムに設定した.

$$x_1(0) = \begin{bmatrix} x_{11}(0) \\ x_{12}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$x_2(0) = \begin{bmatrix} x_{21}(0) \\ x_{22}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$
$$x_3(0) = \begin{bmatrix} x_{31}(0) \\ x_{32}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Fig. 7–9 より, 閉ループシステムが漸近安定であることが確認される.

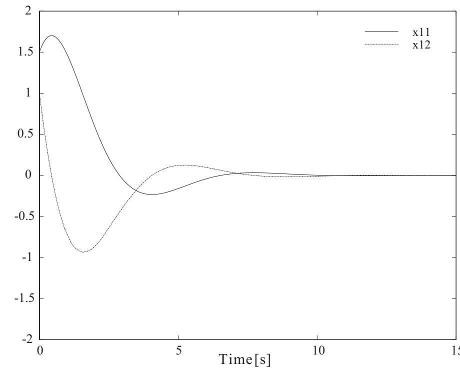

Fig. 7. Response of the closed–loop system 1 with the proposed control method.

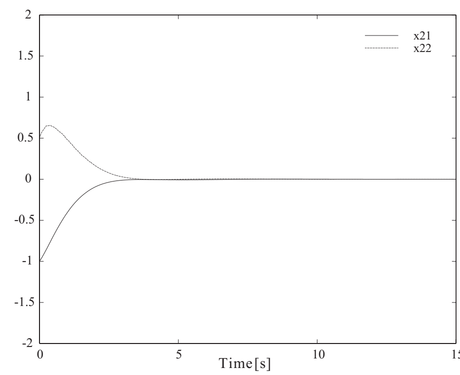

Fig. 8. Response of the closed–loop system 2 with the proposed control method.

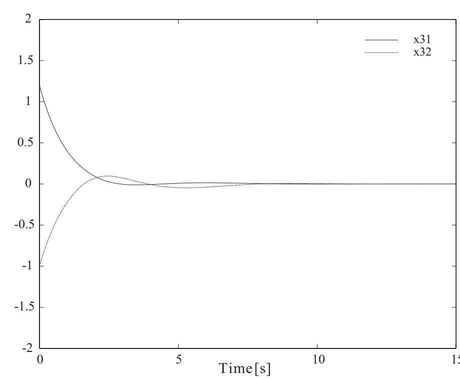

Fig. 9. Response of the closed–loop system 3 with the proposed control method.

5. まとめ

本論文では, 不確定大規模システムに対する 2 次コスト保証分散制御問題を考えた. 本論文の主な結果は, 各サブシステムごとに設計パラメータに依存する LMI を解くことによって, 2 次コスト保証分散制御則が構築できることを示した点である. 提案された設計方法は, 各サブシステムの構造情報だけを利用して分散制御則を計算できる. したがって, 従来の大規模システムにおける分散制御 [19] [20] と同様に有用である. また, 本論文で得られた結果は, 制御ゲインに不確定要素が含まれていても 2 次コスト保証分散制御則を構築できる. 以上より, 従来の結果 [12] [13] と比較して, より広いクラスの大規模システムに対して 2 次コスト保証分散制御が可能である. その他の特徴として, 分散制御則を得るために解く必要のある最適化問題も, MATLAB の LMI コントロールツールボックス [16] 等を利用して容易に解くことができる.

今後の課題として, 出力フィードバックを利用した 2 次コスト保証分散制御が考えられる. 出力フィードバック

による 2 次コスト保証分散制御は, 実システムに実装できる可能性を広げる意味でより現実的である. 現在, 出力フィードバックによる 2 次コスト保証制御は, 3 つの行列連立代数方程式を解くことによって制御則が得られることが報告されている [9]. しかしながら, 現在, 著者の知る限り LMI を利用した制御則の設計方法は報告されていない. したがって, 今後は, LMI による出力フィードバック問題を研究していく予定である.

文　献

（1） Y. Wang, G. Guo and D. J. Hill : “Robust Decentralized Non–Linear Controller Design for Multimachine Power Systems”, *Automatica*, Vol.33, No.9, pp.1725–1733 (1997–9)

（2） G. Guo, Y. Wang and D. J. Hill : “Nonlinear Output Stabilization Control for Multimachine Power Systems”, *IEEE Trans. Circuits and Systems, Part I*, Vol.47, No.1, pp.46–53 (2000–1)

（3） Y. Guo, D. J. Hill and Y. Wang : “Nonlinear Decentralized Control of Large–Scale Power Systems”, *Automatica*, Vol.36, No.9, pp.1275–1289 (2000–9)

（4） Y. Wang, D. J. Hill and G. Guo : “Robust Decentralized Control for Multimachine Power Systems”, *IEEE Trans. Circuits and Systems, Part I*, Vol.45, No.3, pp.271–279 (1998–3)

（5） S. Y. Zhang, K. Mizukami and H. S. Wu : “Decentralized Robust Control for a Class of Uncertain Large–scale Interconnected Nonlinear Dynamical Systems”, *J. Opt. Theory and Applications*, Vol.91, No.10, pp.235–256 (1996–10)

（6） S. Xie and L. Xie : “Stabilization of a Class of Uncertain Large–Scale Stochastic Systems with Time Delays”, *Automatica*, Vol.36, No.1, pp.161–167 (2000–1)

（7） S. Niioka, R. Yokoyama, G. Fujita and G. Shirai : “Decentralized eXciter Stabilizing Control for Multi–machine Power Systems”, *Trans. IEE Japan*, Vol.120–B, No.6, pp.808–814 (2000–6) (in Japanese)
新岡, 横山, 藤田, 白井：“多機電力システムの分散型励磁系安定化制御”, 電気学会論文誌 B, **120**, 6, pp.808–814 (2000–6)

（8） I. R. Petersen and D. C. McFarlane : “Optimal Guaranteed Cost Control and Filtering for Uncertain Linear Systems”, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol.39, No.9, pp.1971–1977 (1994–9)

（9） S. O. R. Moheimani and I. R. Petersen : “Optimal Guranteed Cost Control of Uncertain Systems via Static and Dynamic Output Feedback”, *Automatica*, Vol.32, No.4, pp.575–579 (1996–4)

（10） S. O. R. Moheimani and I. R. Petersen : “Optimal Quadratic Guaranteed Cost Control of a Class of Uncertain Time–Delay Systems”, *IEE Proceedings*, Vol.144, No.2, pp.183–188 (1997–2).

（11） L. Yu, G. Chen and J. Chu : “Optimal guaranteed cost control of linear systems: LMI approach”, Proc. 14th IFAC World Congress, Vol.G, pp.541–546, Beijing, P. R. Chaina (1999)

（12） S. Xie, L. Xie and G. Guo : “Decentralized Control of Multimachine Power Systems with Guaranteed Peformance”, *IEE Proc. Control Theory Appl.*, Vol.147, No.3, pp.355–365 (2000–3)

（13） H. Mukaidani, Y. Takato, Y. Tanaka and K. Mizukami : “The guaranteed cost control for uncertain large–scale interconnected systems”, Proc. 15th IFAC World Congress, CD–Rom, Barcelona, Spain (2002)

（14） G.–H. Yang, J. L. Wang and Y. C. Soh : “Guaranteed Cost Control for Discrete–Time Linear Systems under Controller Gain Perturbations”, *Linear Algebra and its Applications*, Vol.312, Issues 1–3, pp.161–180 (2000)

（15） L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, “Robut, Fragle, or Optimal?”, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol.42, No.8, pp.1098–1105 (1997–8)

（16） P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali : LMI Control Toolbox; For Use with MATLAB, The MATH WORKS Inc., Massachusetts (1995)

（17） S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron andV. Balakrishnan : Linear Matrix Inequalities is System and Control Theory, SIAM, Philadelphia (1994)

（18） 岩崎：LMI と制御, 昭晃堂, 東京 (1997)

（19） 荒木, 池田, 吉川：大規模動的システムの制御理論 [I], 計測と制御, Vol.22, No.10, pp.868–876 (1983–10)

（20） 池田, 荒木, 吉川：大規模動的システムの制御理論 [II], 計測と制御, Vol.22, No.12, pp.1029–1035 (1983–12)

向　谷　博　明（正員） 1969 年 11 月 14 日生. 1992 年広島大学総合科学部数理情報学専攻卒業. 94 年同大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程前期修了. 97 年 10 月同大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程後期修了. 博士 (工学). 98 年 4 月広島市立大学情報科学部助手. 2002 年 4 月広島大学大学院教育学研究科講師. 現在に至る. 主として, ロバスト制御, アルゴリズムに関する研究に従事. IEEE, 計測自動制御学会, 機械学会などの会員.

田　中　良　幸（正員） 1971 年 9 月 10 日生. 1995 年山口大学工学部知能情報システム工学科卒業. 97 年広島大学大学院工学研究科情報工学専攻博士前期修了. 2001 年 3 月同博士課程後期修了. 博士 (工学). 同年 5 月広島市立大学情報科学部助手. 2002 年 10 月広島大学大学院工学研究科助手. 現在に至る. 人間とロボットの運動制御に関する研究に従事. 計測自動制御学会, 人間工学会などの会員

水　上　孝　一（正員） 1936 年 3 月 30 日生. 1958 年広島大学工学部電気工学科卒業. 60 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了. 63 年同博士課程修了. 63 年京都大学工学部助手, トロント大学客員研究員 などを経て, 68 年広島大学工学部助教授, 77 年同総合科学部教授, 同大学院工学研究科担当. 99 年 4 月広島国際学院大学工学部情報工学科教授. 現在に至る. 関数解析, 最適制御, 微分ゲーム, 情報検索などの研究に従事 (工学博士). J. of Math. Analysis & Application 並びに Dynamics and Control: An Int. Journal の前編集員. IFAC の T.C. 委員. 計測自動制御学会フェロー. 情報処理学会, 計測自動制御学会, システム制御情報学会などの会員.