統計データ解析　期末試験: 担当 向谷　博明
2017 年 7 月 31 日

学部	学籍番号	氏名

【 1 】以下の小問に答えよ.

(1) ある製品は, A 工場 40%, B 工場 35%, C 工場 25%の割合で生産している. 欠陥は A 工場 1.4%, B 工場 1.5%, C 工場 2%の割合で発生する. どの工場から先に改善すべきか？

(2) A 君は, 正確なコインを 100 回投げて, 65 回裏表を言い当てた. A 君には超能力が備わっているといえるか？帰無仮説 H_0 を明らかにし, 有意水準 5% で検定を行え.

(3) 700ml 入りのピュアモルトウイスキーを作る会社がある．現在の出荷状況の統計を取ると，標準偏差が 1ml であった．700ml 以下になる割合を 0.5%にしたい場合，平均を何 ml にすればよいか？ただし答えは, 小数第 2 位を四捨五入し，小数第 1 位まで求めよ．

(4) 100 円玉と 500 円玉がそれぞれ 2 枚ずつ合計 4 枚ある. 今, 同時に 4 枚の硬貨を投げるとき, 100 円玉と 500 円玉で表の出る枚数をそれぞれ X, Y とする. さらに, $Z = X + Y$, $W = |X - Y|$ とする. Z と W は互いに独立か. さらに平均 $E(Z + W)$ を求めよ.

	$Z = 0$	$Z = 1$	$Z = 2$	$Z = 3$	$Z = 4$
$W = 0$					
$W = 1$					
$W = 2$					

【 5 】ポアソン分布について, 以下の問に答えよ.

(1) 二項分布をポアソン分布として近似して良い条件を述べよ.

(2) 平均 λ のポアソン分布の分散が λ であることを示せ.

(3) X, Y がそれぞれ独立に平均 α, β のポアソン分布に従っているならば, $Z = X + Y$ は, 平均 $\alpha + \beta$ のポアソン分布に従うことを示せ.

(4) ある病院は, 2 つの市 A, B の救急外来を担当しており, 急患が 1 日平均, A 市から 1 人, B 市から 2 人それぞれ運ばれる. この病院には, 救急用にベッドを 3 台用意している. ベッドが足りなくなる確率を求めよ. ただし, $e \approx 3$ と近似して既約分数で答えよ.

(5) ある調査会社が, 800 人を対象に選挙の出口調査を行った. その結果, 獲得票数上位 2 名の候補者 A と候補者 B の獲得票はそれぞれ 240 票と 160 票であった. 投票締め切り後, 候補者 A に当選確実を出しても良いか？ただし, 当選者は 1 名である.

【 2 】, 【 3 】では, 数値を求める問題は, 割り切れない限り, 小数第 2 位を四捨五入し, 小数第 1 位まで求めよ.

【 2 】会社 A では, 丸型クッキーの直径を 30[mm] として出荷している. ある日, 機械の調子が悪かったので, 検査のため, 10 個の資料を分析して直径を調べたら, 以下の通りであった.

31, 33, 30, 32, 31, 29, 31, 32 , 30, 33 (単位) [mm]

(1) 標本平均及び不偏分散を求めよ.

(2) 標準偏差が $\sigma = 1.5$ で既知であるとき, 母平均の 95% 信頼区間を求めよ.

(3) 標準偏差が未知であるとき, 母平均の 95% 信頼区間を求めよ.

(4) クッキーは, 現状で出荷できるか? 有意水準 5% で検定し, 結果を述べよ. ただし, 結果を得るための途中計算も記せ.

(1)	標本平均 $\bar{X} =$, 不偏分散 $U^2 =$
(2)	
(3)	
(4)	検定

【 3 】ある電機メーカは, バッテリーの寿命を画期的に向上させる手法を開発した. テストを行った結果, 8 個の標本を抽出してバッテリーの寿命を調べたら, 標本平均 $\bar{X} = 0.2$, 不偏分散 $U^2 = 0.36$ となった.

ここで, 標本は, 正規分布に従うと仮定する. なお, (1), (2) ともに, 結果を得るための途中計算も記せ.

(1) n を自然数, $E(X_i) = \mu$, $V(X_i) = \sigma^2$, $(i = 1, \dots, n)$, X_i は互いに独立であると仮定する. $\bar{X} = \dfrac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n)$ とするとき, $E(U^2) = E\left(\dfrac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k - \bar{X})^2\right)$ を簡単にせよ.

(2) 帰無仮説 H_0 を述べよ. また, 有意水準 5% で検定を行え.

(3) 標本数を 150 個に増やしたとき, 標本平均 $\bar{X} = 0.15$, 標本分散 $s^2 = \dfrac{1}{150}\sum_{k=1}^{150}(X_k - \bar{X})^2 = 0.49$ となった. 有意水準 5% で検定を行え.

(1)	
(2)	H_0 : , 検定
(3)	検定

【 4 】確率変数 X は連続分布で, その確率密度関数は, 定数 a に対して

$$f(x) = ax^2(1-x^2)$$

で与えられている. ただし, p を自然数, C を積分定数として, $\displaystyle\int x^p dx = \frac{1}{p+1}x^{p+1} + C$ である.

(1) x の範囲, 並びに定数 a を求めよ. ただし, x の範囲は可能な限り大きく取るとする.

(2) 期待値 $E(X) = \mu$, 分散 $V(X) = \sigma^2$ を求めよ.

(3) 確率変数 X_i, $(i = 1, \dots, n)$ は, $f(x)$ に従うものとする. ただし, 互いに独立であると仮定する. $\bar{X} = \dfrac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n)$ と定義するとき, $E(\bar{X})$, $V(\bar{X})$ を μ, σ, n のうち必要な文字を利用して求めよ. ただし, 結果を得るための途中計算も記せ.

(4) 任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) = 1$ を示せ. また, この性質を示す定理名を答えよ.