統計データ解析　期末試験: 担当 向谷　博明

2019 年 6 月 7 日

座席番号	学部	学籍番号	氏名	得点

【 1 】以下の小問に答えよ.

(1) 1 個のサイコロを 720 回投げた時, 1 の目が出る回数が 100 回以下である確率を求めよ. ただし, サイコロの出る目の確率は全て $\frac{1}{6}$ で, 答えは, 百分率で小数第 2 位を四捨五入し，小数第 1 位まで求めよ.

(2) NHK が安倍内閣の支持率を調査するために, 1260 世帯の家庭を無作為抽出して電話調査を行って調べたところ, 支持率 46%と不支持率 37%であった (その他はわからない). 安倍内閣の支持率は高いと言えるか？

(3) 700[ml] 入りのシングルモルトウィスキーを作る会社がある．現在の出荷状況の統計を取ると，標準偏差が 1[ml] であった．700[ml] 以下になる割合を 0.5%以下にしたい場合，平均を何 [ml] にすればよいか？ただし答えは, 小数第 2 位を四捨五入し，小数第 1 位まで求めよ.

(4) 広島東洋カープに在籍している田中広輔選手の昨年の打率は 0.262 であった. 今年, 6 月 4 日段階で 208 打数 40 安打である. 今年の打率も 0.262 と考えることは可能か？帰無仮説 H_0 を明らかにし, 有意水準 5% で検定を行え.

【 2 】ポアソン分布について以下の問いに答えよ.

(1) ポアソン分布が適用できる条件を簡潔に二つ述べよ.

(2) 2018 年に起きた中国地方での交通死は, それぞれ広島県内 92 人, 山口県内 52 人, 島根県内 20 人, 鳥取県内 20 人, 岡山県内 68 人であった. 1 年 365 日として, 中国地方で 6 月 7 日に交通死が 1 人以上である確率を求めよ.

【５】正方形の頂点に 0, 1, 2, 3 と時計回りに番号がつけてある．頂点 0 を出発点とし，さいころを投げて出た目の数だけ頂点を時計回りに移動し，着いた頂点の番号を X $(X = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$ とする．次にもう一度サイコロを投げて出た目の数だけ，頂点 X から時計回りに移動し，着いた頂点の番号を Y $(Y = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$ とする．

(1) 確率変数 X と Y の同時確率分布 $P(X = k, Y = \ell)$ を求めよ．すなわち，以下の表を埋めよ．

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$
1	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$
2	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$
3	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$

(2) X と Y の周辺確率分布を求めよ．すなわち，以下の表を埋めよ．

X	0	1	2	3	計
p	$\frac{\boxed{}}{6}$	$\frac{\boxed{}}{6}$	$\frac{\boxed{}}{6}$	$\frac{\boxed{}}{6}$	1

Y	0	1	2	3	計
q	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	$\frac{\boxed{}}{36}$	1

(3) 確率変数 X, Y は互いに独立か．

(4) 期待値 $E(X - Y)$ を求めよ．

【６】健康食品会社 A では，食べるだけで体重を減少させるダイエット効果の高い画期的な食品を開発した．有効性を確認するため，9 人の健康食品使用前後の体重の変化を調べたら，以下の通りであった．

-1.2, -1.7, -2.2, +1.9, -3.3, +0.4 -4.6 -0.5 -4.1 (単位) [Kg]

ここで，サンプルは，母平均 μ と母分散 σ^2 が未知である正規分布に従うと仮定する．

(1) サンプル平均及び不偏分散を求めよ．

(2) 母平均の 95% 信頼区間を求めよ．

(3) サンプル数が 400 取れた．このサンプル数に対する標本平均 $E(\bar{X})$，標本分散 $E(\bar{X}) = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{100}(X_k - \bar{X})^2$ はそれぞれ $E(\bar{X}) = -1.8$, $V(\bar{X}) = 3.2$ であった．このときの母平均の 95% 信頼区間を求めよ．

(4) この食品はダイエット効果があるといえるか．左片側検定を行うとして，帰無仮説 H_0 を述べよ．また，有意水準 5% で検定を行え．

ただし，数値を求める問題は，割り切れない限り，小数第 2 位を四捨五入し，小数第 1 位まで求めよ．

(1)	サンプル平均　$\bar{X} =$　　　　　　　　　　, 不偏分散　$U^2 =$
(2)	
(3)	
(4)	H_0 :　　　　　　　　　　　　　, 検定結果

【 4 】航空機の総重量は, 搭乗者 (乗客) と付随する手荷物・預け荷物によって大きく変動する.

(1) 確率変数 X_1, X_2 がそれぞれ独立で, 各確率変数 X_i $(i = 1,\ 2)$ は正規分布 $N(\mu_i,\ \sigma_i^2)$ に従うとき, $Y = X_1 + X_2$ は正規分布に従うことを $N(\mu_i,\ \sigma_i^2)$ である正規分布の積率母関数 $M_{X_i}(t) = \exp\left[\mu_i t + \dfrac{\sigma_i^2 t^2}{2}\right]$ を利用して示せ. また $E(Y)$, $V(Y)$ を求めよ.

(2) 乗客一人あたりの体重を 65[Kg] と考えた. この根拠を説明せよ.

(3) 各乗客の体重, および手荷物・預け荷物が独立にそれぞれ正規分布 $N(65,\ 10^2)$, $N(20,\ 2^2)$ に従うものとする (単位は [Kg]). 乗客の総数が 250 人として, 乗客と付随する手荷物・預け荷物の総重量が 22t を超えることはほぼありえないことを説明せよ.

【３】確率変数 X の p.d.f. が

$$f(x) = \begin{cases} axe^{-x} = ax\exp(-x), & (0 \leq x) \\ 0, & (x < 0) \end{cases}$$

で与えられている．ただし, $\Gamma(n) = \displaystyle\int_0^{\infty} x^{n-1}e^{-x}dx = (n-1)!,\ (n = 1,\ 2,\ ...)$ である．

(1) 定数 a を求めよ．

(2) 期待値 $E(X)$, 分散 $V(X)$ を定義から求めよ．

(3) 積率母関数 $M_X(t) = E(e^{Xt})$ を求め, これから期待値 $E(X)$, 分散 $V(X)$ を求めよ．