

微分積分学 II 中間試験: 担当 向谷 博明

2017年12月12日

学部	学籍番号	氏名

【1】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x - x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5}{\sin^7 x}$ を求めよ.

【2】 $x = e^{u+v}$, $y = e^{u-v}$ に対し, 次の問いに答えよ.

(1) $z = f(x, y)$ と置くとき, z_u, z_v を z_x, z_y, x, y を用いて表せ.

(2) $z_u^2 + z_v^2 = 2(x^2 z_x^2 + y^2 z_y^2)$ を示せ.

【 4 】

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & (x, y) \neq (0, 0) \\ a & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

とおく.

(1) に直接記入せよ.

$$a = \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y) = \frac{\quad}{\quad}, f_x = \frac{\quad}{\quad}, f_y = \frac{\quad}{\quad}, f_{xy} = f_{yx} = \frac{\quad}{\quad}.$$

$$f_x(0, 0) = \frac{\quad}{\quad}, f_y(0, 0) = \frac{\quad}{\quad}.$$

(2) 原点で全微分可能か?

【 3 】 $f(x, y) = e^{-x} \sin y$ とおく.

(1) マクローリン展開の 3 次の項まで求めよ.

(2) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - y(x-1)}{3x^2y - y^3}$ を求めよ.

【 5 】 $f(x, y) = x^4 + y^2 - 4xy$ の極値を求めよ.

【 6 】 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$ であるとき, $f(x, y) = xy$ の取りうる値の範囲を求めよ.