微分積分学 II　試験:　担当 向谷　博明

2018 年 2 月 6 日

学部	学籍番号	氏名	合計点

【 1 】以下の重積分を計算せよ. 答案には必要最低限の式のみ示せ.

(1) $I_1 = \iint_D \sqrt{(1-x^2)(1+y^2)}dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid x^2 \le 1,\ y^2 \le 1\right\}$

(2) $I_2 = \iint_D xydxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid 0 \le x,\ x^2 \le y \le 2 - x\right\}$

(3) $I_3 = \iint_D (2x-y)^2 e^{2x+y}dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid 0 \le y - 2x \le 2,\ 0 \le y + 2x \le 2\right\}$

(4) $I_4 = \iint_D x^2 dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \le x\right\}$

(5) $I_5 = \int_0^{\sqrt{\pi}}\int_y^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2)dxdy$ ただし, 積分順序を変更して求めよ.

【 2 】以下の問いに答よ.

(1) $x = r^2\cos^4\theta$, $y = r^2\sin^4\theta$ とおくとき, ヤコビアン $J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix}$ を計算せよ.

(2) 以下の重積分を計算せよ.

$$I = \iint_D \left(1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}\right)^4 dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \le 1\right\}$$

【 3 】以下の広義積分は収束するか. 収束するならその値を求め, 収束しないのであれば, その理由を述べよ. 計算には, 極座標を用いよ.

(1) $I_1 = \iint_D \sqrt{\dfrac{1}{x^2+y^2} - 1}\ dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \le 1\right\}$

(2) $I_2 = \iint_D \dfrac{y^2 e^{-xy}}{x^2+y^2}dxdy, \quad D = \left\{(x, y) \mid 0 \le y \le x\right\}$

【 4 】以下の不等式で表される立体の体積を極座標を用いずに求めよ.

$x^2 + y^2 \le 2x,\ x^2 + z^2 \le 4$

【 5 】以下の極座標で表される曲線と x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ.

$r(\theta) = 1 + \sin\theta,\ 0 \le \theta \le \pi$