微分積分学 II　中間試験: 担当 向谷　博明
2019 年 11 月 8 日

座席番号	学部	学籍番号	氏名	得点

以下のマクローリン展開を x^4 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項は不要である.

(1) e^x.

(2) $\sin x$.

(3) $\cos x$.

微分積分学 II【「可」専用】　中間試験: 担当 向谷　博明

※途中の計算式がないものは無効　2019 年 11 月 8 日

座席番号	学部	学籍番号	氏名	得点

【 1 】数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は, 漸化式 $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}(a_n^2 + 1)$, $a_1 = 0$ によって定義される. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ.

【 2 】級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{-1}{n} x^n$ の収束半径を求めよ.

【 3 】

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ a & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

とおく.

(1) 原点 $(0,0)$ で連続となるように a を定めよ.

(2) $f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ を求めよ.

【 4 】$z = y^2 e^{-x}$ であるとき, z_x, z_y, z_{xy}, z_{xx}, z_{yy} を計算せよ.

【 5 】$z = f(x, y)$, $x = s + t$, $y = s - t$ に対し, $\dfrac{\partial z}{\partial s} = z_s$, $\dfrac{\partial z}{\partial t} = z_t$ を計算せよ.

【 6 】$f(x, y) = e^x \sin y$ とおく. マクローリン展開の 3 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項を求める必要はない.

【 7 】$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y$ の極値を求めよ.

微分積分学 II　中間試験:　担当 向谷　博明　※途中の計算式がないものは無効
2019 年 11 月 8 日

学部	学籍番号	氏名

【 1 】数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は, 漸化式 $a_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{a_n^3+3}$, $a_1 = 0$ によって定義される. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ.

【 2 】級数 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}(2x)^n$ の収束半径を求めよ.

【 3 】

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ a & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

とおく.

(1) 原点 $(0,0)$ で連続となるように a を定めよ.

(2) $f_x(0,0)$, $f_y(0,0)$ を求めよ.

(3) 原点で全微分可能であるか？理由と共に結果を述べよ.

【 4 】$z = x\sin^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right)$ であるとき, z_x, z_y, z_{xy}, z_{xx}, z_{yy} を計算せよ.
　ただし, $z_{xy} = \dfrac{f_1(x,y)}{(x^2-y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$, $z_{xx} = \dfrac{f_2(x,y)}{(x^2-y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$, $z_{yy} = \dfrac{f_3(x,y)}{(x^2-y^2)\sqrt{x^2-y^2}}$ として, $f_i(x,y)$, $i = 1,\ 2,\ 3$ を答よ. この指定に従わない場合は, 採点を行わない.

【 5 】$f(x,y) = \sin x \tan^{-1} y$ とおく.

(1) マクローリン展開の 4 次の項まで求めよ. ただし, 剰余項を求める必要はない.

(2) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-xy}{xy(x^2+2y^2)}$ を求めよ.

【 6 】$x = \dfrac{s^2-t^2}{2}$, $y = st$ に対し, 次の問いに答えよ.

(1) $z = f(x,y)$ と置くとき, $\dfrac{\partial z}{\partial s} = z_s$, $\dfrac{\partial z}{\partial t} = z_t$ を計算せよ.

(2) $z_s^2 + z_t^2$ を計算せよ.

(3) $\dfrac{\partial^2 z}{\partial s^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial t^2} = z_{ss} + z_{tt}$ を計算せよ.

【 7 】$f(x,y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - \dfrac{8}{3}y^3 - 2x^2 + 2y^2$ の極値を求めよ.

微分積分学 II　中間試験:　担当 向谷　博明

2019 年 11 月 8 日

座席番号	学部	学籍番号	氏名	得点

【 1 】

【 2 】

【 3 】

【 7 】

【 4 】

【 5 】

【６】