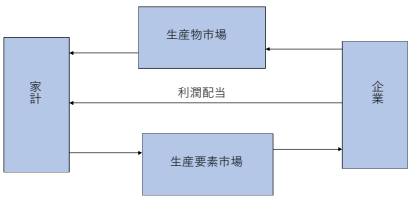
4.4　生産経済における競争均衡

生産者が存在する場合

生産経済

- 生産経済　←→　交換経済
  - 生産者も消費者もプライス・テイカー
- 生産者の役割
  - 生産物の生産・供給
  - 生産要素の需要
  - 利潤の配当
- 私的所有経済(Private-ownership economy)
  - 生産者(企業)は消費者(家計)によって所有される
  - 利潤は配当として、家計に分配される

経済循環



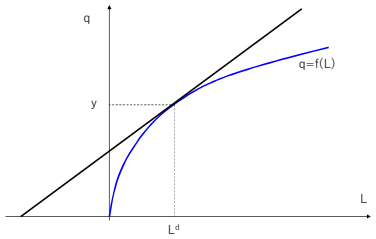
生産経済のモデル

- 1消費者・1生産者
  - 企業の生産関数：労働Lから消費財qを生産
    $$q = f(L)$$
  - 消費者は自分の時間L^0を余暇xと労働Lに配分し、労働で得た賃金で消費財c(=q)を購入
    $$x = L^0 - L, \qquad L^0 = x + L$$
  - 消費者の効用関数：余暇x、消費財cから効用
    $$u = U(x, c)$$
- 経済
  $$E = \{U, L^0, f\}$$

企業の利潤最大化問題

- 労働の賃金率w、消費財価格p
  $$Max\ \pi = pq - wL \quad \text{s.t. } q = f(L)$$
- 利潤最大化の条件
  $$f'(L) = \frac{w}{p}, \qquad pf'(L) = w$$
- 最適解：労働需要L^d、消費財供給量y(=q=c)
  $$L^d = L^d(w, p), \qquad y = y(w, p)$$
- 利潤関数
  $$\pi(w, p) = py(w, p) - wL^d(w, p)$$

企業の利潤最大化



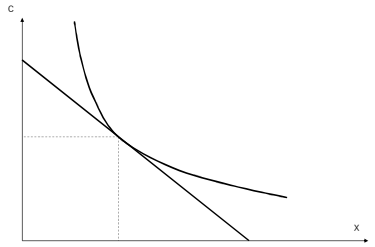
家計の効用最大化問題

- 予算制約　$pc = wL + \pi = w(L^0 - x) + \pi$
- 効用最大化　$Max\ u = U(x, c)$ s.t. $pc + wx = wL^0 + \pi$
- 効用最大化条件

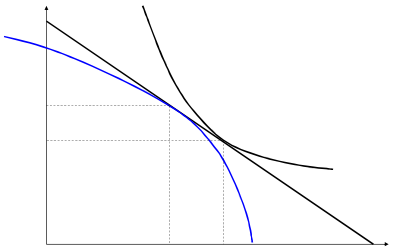
$$MRS = \frac{MU_x}{MU_c} = \frac{w}{p}, \qquad MU_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \qquad MU_c = \frac{\partial U}{\partial c}$$

- 最適解　$L^s(w, p) = L^0 - x(w, p), \qquad c = c(w, p)$

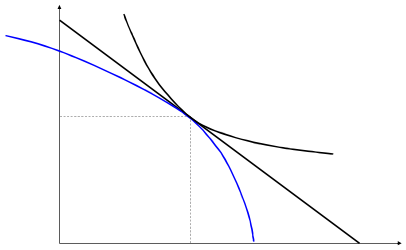
消費者の効用最大化



価格の調整



生産経済の均衡



超過需要

- 1消費者・1生産者　→　超過需要＝総超過需要
- 労働市場：　$ED_L = L^d(w,p) - L^s(w,p)$
- 消費財市場　$ED_c = c(w,p) - y(w,p)$
- 命題4.4.1：超過需要関数はゼロ次同次
  - 価格の比例的変化　→　等利潤線の傾き不変
    → 利潤と価格の比例的変化　→　予算制約不変
- 命題4.4.2：ワルラス法則

$$\pi = py - wL^d, \qquad pc = wL^s + \pi$$

$$w(L^d - L^s) + p(c - y) = 0$$

問4.4

1企業、1生産者からなる経済
生産関数　$q = f(L) = L^{\frac{1}{2}}$

効用関数　$u = xc^2$
初期保有量　$L^0 = 2$
1）企業の消費財供給関数、労働需要関数、利潤関数
2）消費者の消費財需要関数、労働供給関数
3）均衡価格、均衡取引量

解答例

1)　生産物価格をp、生産要素価格(労働賃金)をwとする。
企業の利潤最大化問題

$$\max\ \pi = pq - wL \quad \text{s.t.}\ \ q = L^{\frac{1}{2}}$$

利潤最大化の条件

$$f'(L) = \frac{w}{p}, \qquad \frac{L^{-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{w}{p}, \qquad L^d = \frac{p^2}{4w^2}$$ (要素需要関数)

これと生産関数から

$$q = \left(\frac{p^2}{4w^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{p}{2w}$$ (生産物供給関数)

解答例(2)

要素需要関数、供給関数を代入して

$$\pi = pq - wL^d = \frac{p^2}{2w} - \frac{p^2}{4w} = \frac{p^2}{4w}$$ (利潤関数)

2)　消費者の効用最大化問題

$$\max\ u = xc^2 \quad \text{s.t.}\ \ wx + pc = wL^0 + \pi$$

効用最大化条件

$$\frac{MU_x}{MU_c} = \frac{w}{p}, \qquad \frac{c^2}{2xc} = \frac{w}{p}, \qquad pc = 2wx$$

これと予算制約式から

解答例(3)

$$2wx + wx = 2w + \pi,\ \ x = \frac{2w + \pi}{3w}, c = \frac{4w + 2\pi}{3p}$$ (需要関数)

3)　生産物市場の均衡条件から

$$q = c, \qquad \frac{p}{2w} = \frac{4w + 2\pi}{3p}, \qquad \frac{p}{2w} = \frac{4w}{3p} + \frac{p}{6w}$$

整理すると

$$\left(\frac{w}{p}\right)^2 = \frac{1}{4}, \qquad \frac{w}{p} = \frac{1}{2}$$

このとき、需要関数から

$$q = c = 1, \qquad x = 1, \qquad L^d = L = (L^0 - x) = 1$$

問題

2財 x 、 y 、2個人 A 、 B 、1企業からなる生産経済において、各個人の効用関数と財の初期保有量はそれぞれ、

$u^A = x^2 y, \quad e^A = (210,0), \quad u^B = xy^2, \quad e^B = (570,0)$

で示されるとする。企業は x 財から y 財を生産し、その生産関数は、

$$y = 10 \cdot 3^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$$

で示されるとする。企業の利潤は2個人に均等に配分されるとき、一般均衡を求めよ。

解答例

1) 価格をp_x、p_yとする。

企業の利潤最大化問題

$$\max \ \pi = p_y y - p_x x \quad \text{s.t.} \ \ y = 10 \cdot 3^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$$

利潤最大化の条件

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p_x}{p_y}, \ 5 \cdot 3^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{p_x}{p_y}, \ x = 5^2 \cdot 3 \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 \quad \text{(要素需要関数)}$$

これと生産関数から

$$y = 10 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{p_y}{p_x} \quad \text{(生産物供給関数)}$$

解答例(2)

要素需要関数、供給関数を代入して

$$\pi = p_y y - p_x x = 3 \cdot 5^2 \cdot \frac{{p_y}^2}{p_x} \quad \text{(利潤関数)}$$

2) 消費者 A の効用最大化問題

$$\max \ u = x^2 y \quad \text{s.t.} \ \ p_x x + p_y y = p_x e_1^A + \frac{\pi}{2}$$

効用最大化条件

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y}, \qquad \frac{2y}{x} = \frac{p_x}{p_y}, \qquad p_x x = 2 p_y y$$

これと予算制約式、企業の利潤関数から

解答例(3)

$$x^A = 140 + 5^2 \cdot \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2, \quad y^A = 70 \cdot \frac{p_x}{p_y} + \frac{5^2}{2} \cdot \frac{p_y}{p_x}$$ (需要関数)

これより、消費者 A の(超過)需要は、

$$z_x^A = x^A - e_x^A = 5^2 \cdot \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 - 70, \quad z_y^A = y^A = 70 \cdot \frac{p_x}{p_y} + \frac{5^2}{2} \cdot \frac{p_y}{p_x}$$

同様に、消費者 B の(超過)需要は、

$$z_x^B = x^B - e_x^B = \frac{5^2}{2} \cdot \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 - 380, \quad z_y^A = y^B = 380 \cdot \frac{p_x}{p_y} + 5^2 \cdot \frac{p_y}{p_x}$$

解答例(4)

x 財市場の均衡は $z_x^A + z_x^B + x = 0$ のとき成立

したがって、

$$\left(5^2 + \frac{5^2}{2} + 3 \cdot 5^2\right) \cdot \left(\frac{p_y}{p_x}\right)^2 - 450 = 0, \qquad \frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2}$$

このとき、

$$x = 300, \qquad x^A = 240, \qquad x^B = 240$$

$$y = 300, \qquad y^A = 60, \qquad y^B = 240$$

今日の問題