前回の問題

2財x,yと2消費者A、Bからなる純粋交換経済において、各消費者の効用関数をそれぞれ

$$u^A = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}, \qquad u^B = 2x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

とする。賦存量がそれぞれ、$e_x = 4$、$e_y = 4$

1）2財の配分の効率性の条件

2）効用フロンティアをu^A、u^Bで表せ

3）社会厚生関数が $w = u^A u^B$ であるとき、最適な分配を求めよ

解答例(1)

1）効率性の条件は限界代替率の均等

$$MRS^A = \frac{MU_x^A}{MU_y^A} = \frac{(1/2)x^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}}{(1/2)x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{2}}} = \frac{y^A}{x^A}$$

同様に $MRS^B = \frac{y^B}{x^B}$ したがって、 $\frac{y^A}{x^A} = \frac{y^B}{x^B}$

また、配分であるので、

$$x^A + x^B = 4, \qquad y^A + y^B = 4$$

解答例(2)

2） 1)の結果より $\frac{y^A}{x^A} = \frac{4 - y^A}{4 - x^A}$, $y^A = x^A$

さらに、 $x^B = 4 - x^A$, $y^B = 4 - y^A = 4 - x^A$

これらを効用関数に代入

$$u^A = x^A, \qquad u^B = 2(4 - x^A)$$

したがって、

$$u^B = 2(4 - u^A)$$

解答例(3)

3)　2)の結果を社会的厚生関数に代入

$$W = u^A u^B = 2u^A(4 - u^A)$$

最大化の解を求めるため微分してゼロとおく

$$\frac{dW}{du^A} = 8 - 4u^A = 0, \qquad u^A = 2$$

2)の結果より、

$$x^A = y^A = x^B = y^B = 2$$

5．3　余剰分析

消費者余剰と生産者余剰
部分均衡
経済厚生の判定

需要関数の読み替え

- 需要関数
  - 市場価格　→　需要量
- 逆需要関数
  - 需要量　→　価格
  - 通常は売り手から見た需要関数
    →　ある量xを販売するためにつける価格
  - 買い手から見ると
    →　ある量xを購入してもよいと思う価格

留保価格

- 留保価格(Reservation Price)：
  - ある財に対して支払ってもよいと思う最高金額
  - ある財に対する主観的評価を金額で表す
  - 留保価格は主観的評価　→　効用関数に関係
- 逆需要関数
  - 需要量　→　留保価格

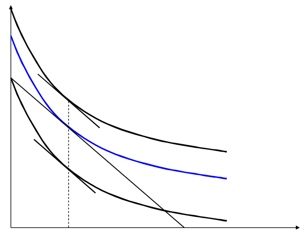
留保価格と消費者余剰

- 市場価格で財を購入
  - これだけ支払ってもよいと思っていたのに、この価格で購入できてよかった
  - 留保価格－市場価格＝余剰
  - 消費者余剰＝財を購入した人の余剰の総和
  - ＝市場取引により得た余剰

消費者余剰

- 消費者余剰(Consumer’s surplus)：
  取引に参加することによる効用の変化を金額で示すもの。
- ある財を貨幣で購入する消費者の問題
  - 予算制約　(yは使わなかった貨幣で価格は1)
    $px + y = m$
  - 効用関数
    $u = U(x, y) = V(x) + y$
  - 限界代替率
    $$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = V'(x)$$

所得効果がない場合



需要曲線

- 効用最大化条件　限界代替率＝価格比

$$MRS = V'(x) = p \ \left(= \frac{p}{1}\right)$$

  - 消費量xと価格の関係を示しているので、V´(x)は需要関数とみなすことができる
  - 価格pを留保価格と考える
  - →　需要量xの(限界)評価＝留保価格

需要曲線と消費者余剰(1)

- 価格pでx財を購入するとどれだけ効用が増加するか
  - 購入前　貨幣をmだけ持っている

$$u^0 = U(0, m)$$

  - 購入後　財をx、貨幣を(m-px)持っている

$$u^1 = U(x, m - px)$$

- 消費者余剰は効用の変化分

$$\begin{aligned} CS = u^1 - u^0 &= U(x, m - px) - U(0, m) \\ &= V(x) + (m - px) - \{V(0) + m\} \\ &= V(x) - V(0) - px \end{aligned}$$

需要曲線と消費者余剰(2)

- 微分積分の基本定理

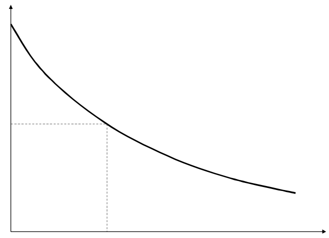
$$V(x) - V(0) = \int_0^x V'(z)dz$$

- 消費者余剰

$$CS = \int_0^x V'(z)dz - px$$

- V'(x)は(逆)需要関数
  - 第1項は需要曲線の[0,x]の下部
  - 第2項は高さがp、幅[0,x]の四角

消費者余剰と需要曲線



生産者余剰

- 生産者余剰(Producer's surplus)：
  - 利潤の変化を供給曲線と関係付けたもの
- 費用関数 $c = C(x)$ のもとで財を供給する企業
  - 利潤

$$\pi(x) = px - C(x)$$

  - 利潤最大化条件

$$p = C'(x)$$

  - 価格と生産量の関係なので、供給関数

供給曲線と生産者余剰

生産者余剰は利潤の変化分

$$PS = \pi(x) - \pi(0)$$
$$= px - C(x) + C(0)$$

微分積分学の基本定理

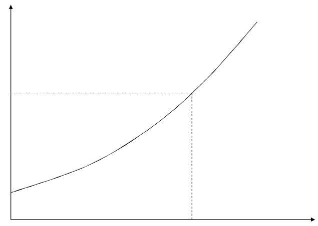
$$C(x) - C(0) = \int_0^x C'(z)dz$$

したがって

$$PS = px - \int_0^x C'(z)dz$$

C'(x)は供給関数　→　第1項は価格と供給量の四角
第2項は供給曲線の下部

生産者余剰と供給関数



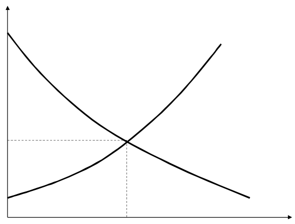
経済厚生の指標

- 総余剰(Total surplus)：
  - 市場での取引によって生じた経済厚生
  - 消費者余剰と生産者余剰の和

$$W = CS + PS$$

  - 部分均衡論での経済厚生分析

市場の経済厚生



問7.1

消費者が貨幣m＝20の一部で財xを購入

消費者の効用関数

$$u = 16x^{\frac{1}{2}} + y$$

財xを生産する生産者の費用関数

$$c = 1 + \frac{x^2}{2}$$

均衡における消費者余剰、生産者余剰を求めよ

解答例(1)

予算制約 $px + y = m$

効用最大化の条件

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = p, \qquad 8x^{-\frac{1}{2}} = p$$

したがって需要関数は

$$x = 64p^{-2}$$

企業の費用関数

$$c = 1 + \frac{1}{2}x^2$$

解答例(2)

利潤最大化の条件

$$MC = p, \qquad x = p$$

需要関数、供給関数から均衡を求める

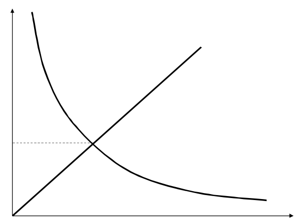
$$p = 64p^{-2}, \qquad p = 4, \qquad x = 4$$

消費者余剰は効用の差

$$CS = u(x, m - px) - u(0, m) = u(4, 20 - 4 \cdot 4) - u(0, 20) = 16$$

生産者余剰　$PS = \pi(x) - \pi(0) = \pi(4) - \pi(0) = 8$

解答例(3)

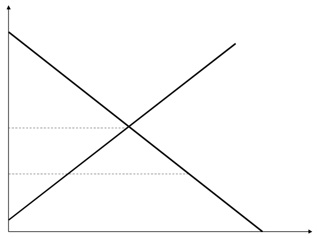


問題

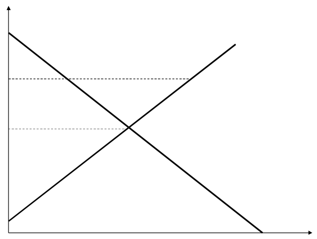
ある財の国内価格が、国際価格よりも高い場合、国際貿易が始まって市場が開放されると海外で生産された安い財が輸入される。このとき、経済の余剰はどのように変化するか。

また、国内価格が国際価格よりも低い場合はどのようになるか。需要・供給曲線を図示して説明しなさい。

解答(1)



解答(2)



今日の問題