

### 前回の問題

ある財の需要関数と供給関数がそれぞれ

$$d = 20 - p, \quad s = p$$

で示されるとする。この財に1単位当たり4の補助金が与えられるとする。

- 1) 補助金が与えられる前の経済余剰を求めよ。
- 2) 補助金による厚生損失(死荷重)を求めよ。

---

---

---

---

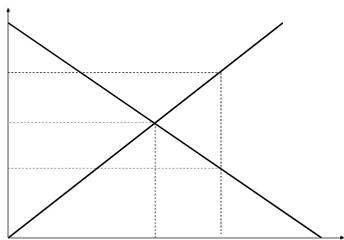
---

---

---

---

### 解答例(1)



---

---

---

---

---

---

---

---

### 解答例(2)

- 1) 補助前の均衡は、均衡条件  $d = s$  より

$$20 - p = p, \quad p^* = 10, \quad d^* = s^* = 10$$

したがって、  $CS = 50$ ,  $PS = 50$

- 2) 補助金の交付後の均衡を求める

$$p_s = p_d + 4, \quad d = 20 - p_d, \quad s = p_s = p_d + 4$$

均衡条件を用いると

$$p_d = 8, \quad p_s = 12, \quad d^T = s^T = 12$$

したがって厚生損失(死荷重)は4

---

---

---

---

---

---

---

---

## 7.2 公共財

効率性  
最適供給

---

---

---

---

---

---

---

---

### 公共財

- 公共財 (Public goods) :
  - 道路、下水道、教育、公衆衛生、社会保障、治安、国防
- 消費の集団性・非競争性
  - 同時に多くの人々が消費できる
- 消費の排除不可能性
  - 特定の個人が消費することを排除できない
- 上の性質の程度により
  - 純粋公共財、クラブ財、地方公共財に分類
- 私的財 (Private goods) :
  - 通常の財、消費の競争性、排除性を持つ

---

---

---

---

---

---

---

---

### 公共財とフリーライダー

- 公共財の非競争性・非排除性
  - 対価を支払わずに消費できる → フリーライダー
  - 市場メカニズムには不適 → 政府が供給、費用は税金で
- 政府はどのように供給するべきか？
  - 少なくとも、パレート効率的
  - 公共財が存在する場合の効率性は？

---

---

---

---

---

---

---

---

## 公共財と効率性

- 2個人からなる経済

$$u^A = U^A(z, x^A), \quad u^B = U^B(z, x^B)$$

- $z$ : 公共財の消費量、 $x^A$ 、 $x^B$ : 私的財の消費量

- 生産可能性フロンティア

$$x^A + x^B = x = F(z)$$

- 供給可能な私的財と公共財の関係
- $z$ の増加  $\rightarrow$   $x$ の減少
- $F$ の傾き: 公共財の私的財に対する限界変形率

---

---

---

---

---

---

---

---

## パレート効率性

- 公共財の供給と、私的財の配分の効率性

- パレート効率性

- 他の個人の効用を低下させずに、どの個人の効用も高めることができない状態

•

↑ ↓

- 個人Bの効用をある水準に維持しながら、個人Aの効用を最大にする

---

---

---

---

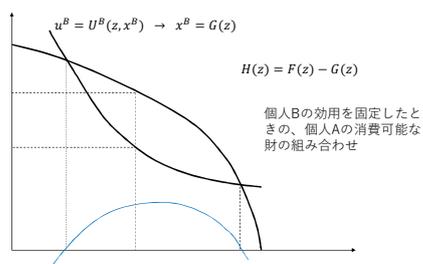
---

---

---

---

## 公共財供給 (1)



---

---

---

---

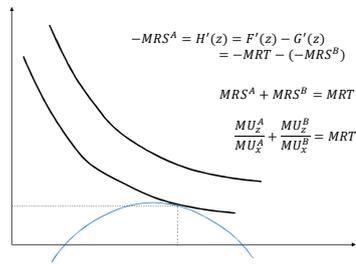
---

---

---

---

## 公共財供給 (2)




---

---

---

---

---

---

---

---

## サミュエルソンの条件

- 公共財が存在する場合のパレート最適性
  - $MRS^A + MRS^B = MRT$
  - 命題7.4.1: 公共財のパレート最適な状態であるならば、個人の (私的財の公共財に対する) 限界代替率の和は (私的財の公共財に対する) 限界変形率に等しい
  - MRS: 公共財の私的財で測った私的な価値
  - MRT: 公共財の私的財で測った社会的生産費用

---

---

---

---

---

---

---

---

## 公共財と私的財

- 私的財の効率性の条件
  - $MRS^A = MRS^B = MRT$
  - $x^A + x^B = x$
  - 市場需要曲線は個人の需要の水平方向の和
- 公共財の効率性の条件
  - $MRS^A + MRS^B = MRT$
  - $z^A = z^B = z$
  - 市場需要曲線は個人の需要の垂直方向の和

---

---

---

---

---

---

---

---

## 公共財の最適供給

- 公共財供給のパレート最適な状態
  - 個人Bの効用水準を固定
    - → 個人Aの効用最大化 → 最適性の条件
  - パレート最適な状態は個人Bの効用水準に応じて無数にある
    - → パレート最適な状態の集合
  - → 効用フロンティア
  - → 社会厚生関数の最大化

---

---

---

---

---

---

---

---

## 問7.4

- 効用関数  $u^A = z \cdot x^A$ ,  $u^B = 2z \cdot x^B$
- 費用関数  $x = 2z$
- 当初、経済には私的財だけ12単位存在
- 1) 効率性の条件 (サミュエルソンの条件)
- 2) 効用フロンティア
- 3) 社会厚生関数  $w = u^A \cdot u^B$   
最適な公共財供給量と私的財の配分

---

---

---

---

---

---

---

---

## 生産可能性フロンティア

- 費用関数
  - 公共財の生産に用いられる私的財  
 $x = C(z) = 2z$ ,  $C(0) = 0$
- 生産可能性フロンティア
  - 生産可能な私的財と公共財の関係 (F(z))
  - 当初の、私的財の存在量は12なので  
 $x^A + x^B + C(z) = 12$ ,  $x^A + x^B = x = 12 - C(z)$   
 $F(z) = F(0) - C(z) = 12 - 2z$

---

---

---

---

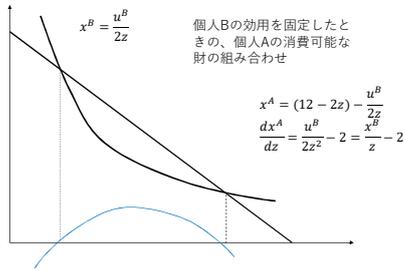
---

---

---

---

### 最適性 (1)




---

---

---

---

---

---

---

---

### 最適性 (2)

- 限界代替率

$$MRS^A = \frac{MU_z^A}{MU_x^A} = \frac{x^A}{z}, \quad MRS^B = \frac{MU_z^B}{MU_x^B} = \frac{x^B}{z}$$

- 限界変形率  $MRT = -F'(x) = 2$

- 個人Aの効用最大化

$$\begin{aligned} \frac{du^A}{dz} &= x^A + z \cdot \frac{dx^A}{dz} = x^A + z \left( \frac{x^B}{z} - 2 \right) \\ &= z \left( \frac{x^A}{z} + \frac{x^B}{z} - 2 \right) = 0 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

### 効率性 (3)

- サミュエルソンの条件

- 個人Aが効用を最大化していれば、パレート最適

$$\frac{du^A}{dz} = z \left( \frac{x^A}{z} + \frac{x^B}{z} - 2 \right) = 0$$

$$\frac{x^A}{z} + \frac{x^B}{z} - 2 = 0, \quad MRS^A + MRS^B = MRT$$

$$x^A + x^B = 2z$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 効用フロンティア

- 効用フロンティア

- サミュエルソンの条件

- 実行可能 → 生産可能性フロンティア

- 配分が上の条件を満たすときの効用の軌跡

$$x^A + x^B = 12 - 2z$$

$$x^A + x^B = 2z, \quad z = 3, \quad x^A + x^B = 6$$

- このとき

$$u^A = 3x^A, \quad u^B = 6x^B, \quad 2u^A + u^B = 36$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 社会厚生関数の最大化

- 最適供給

- 社会厚生関数を最大化する配分

$$w = u^A \cdot u^B = u^A(36 - 2u^A)$$

$$\frac{dw}{du^A} = 36 - 4u^A = 0, \quad u^A = 9, \quad u^B = 18$$

- ここで、 $z = 3$ なので

$$x^A = 3, \quad x^B = 3$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 7.5 リンダール均衡

公共財の需要  
リンダールのメカニズム

---

---

---

---

---

---

---

---

## リンダール均衡

- 公共財の供給
  - 消費の集団性、非排除性
  - → 民間企業による市場への供給には向かない
- リンダールのメカニズム
  - 政府による公共財の供給
  - 人々の嗜好を取り入れる
  - 供給量とその費用分担を決定
  - 政府による市場機構の役割

---

---

---

---

---

---

---

---

## 公共財の供給

- 公共財の費用関数  
 $x = C(z), \quad C(0) = 0$
- 公共財と私的財の生産可能性フロンティア  
 $x = F(z) \quad C(z) = F(0) - F(z)$
- 資源配分
  - 初期保有量 私的財  $e^A, e^B$
  - $(z, x^A, x^B) \quad C(z) + x^A + x^B \leq e^A + e^B$

---

---

---

---

---

---

---

---

## 公共財の需要 (1)

- 効用関数  $u^A = U^A(z, x^A), \quad u^B = U^B(z, x^B)$
- 費用負担率
  - 政府は公共財の費用負担の割合を決定
  - 個人A、Bの負担率  $(\theta, 1 - \theta)$
- 予算制約  
 $\theta C(z^A) + x^A = e^A$   
 $(1 - \theta)C(z^B) + x^B = e^B$

---

---

---

---

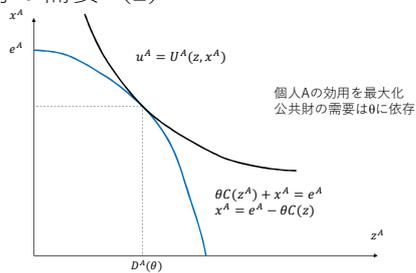
---

---

---

---

## 公共財の需要 (2)




---

---

---

---

---

---

---

---

## リンダールのメカニズム

- 公共財の需要
  - 2個人の需要は、負担率に依存
  - 負担率 $\uparrow$   $\rightarrow$  公共財の需要 $\downarrow$
  - $D^A(\theta)$ は $\theta$ の減少関数、 $D^B(\theta)$ は増加関数
- 政府の調整
  - 2個人は、公共財需要量  $z^A$ 、 $z^B$ を政府に通知
  - 異なれば、需要量の多いほうの負担率を増加
  - 需要量の一致する状態がリンダール均衡

---

---

---

---

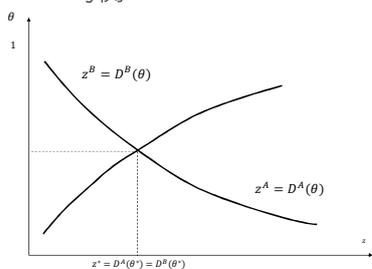
---

---

---

---

## リンダール均衡




---

---

---

---

---

---

---

---

## リンダール均衡の性質

### • 命題7.5.1 :

- リンダール均衡はパレート最適である
- パレート最適でない → 効用を高められる
- → 予算制約を満たさない
- $\theta C(z_0) + x_0^A > e^A, \quad (1 - \theta)C(z_0) + x_0^B \geq e^B$
- これらを加えると
- $C(z_0) + x_0^A + x_0^B > e^A + e^B$
- → 実行可能ではない → 矛盾

---

---

---

---

---

---

---

---

## メカニズムの問題点

### • 受益者負担

- 公共財をより多く欲する人がその費用をより多く負担する (私的財と同様)
- 公共財が下級財の場合、公平性の観点から問題

### • フリーライダー (ただ乗り)

- 真の嗜好を表明するインセンティブがない
- 需要を過少に申告して、負担を免れようとする
- リンダールのメカニズムでは防げない

---

---

---

---

---

---

---

---

## 今日の問題

---

---

---

---

---

---

---

---