前回の問題

- ある財の需要量は昼間と夜間で異なり

$$d_1 = 600 - p_1$$
$$d_2 = 360 - 2p_2$$

- 一方、独占企業の費用関数は

$$c = \frac{{x_1}^2 + {x_2}^2}{2}$$

- 利潤最大化する場合
- 経済厚生が最大となる場合

解答例（1）

- 需要曲線

$$p_1 = 600 - d_1$$
$$p_2 = 180 - \frac{1}{2}d_2$$

- 独占企業の利潤

$$\pi = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \frac{{x_1}^2 + {x_2}^2}{2}$$
$$= (600 - x_1)x_1 + \left(180 - \frac{1}{2}x_2\right)x_2 - \frac{{x_1}^2 + {x_2}^2}{2}$$

解答例（2）

- 利潤最大化

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 600 - 3x_1 = 0, \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = 180 - 2x_2 = 0$$
$$x_1 = 200, \qquad x_2 = 90, \qquad p_1 = 400, \qquad p_2 = 135$$

- 経済厚生が最大になるのは、独占企業がプライステイカーとして行動するとき

$$\pi = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \frac{{x_1}^2 + {x_2}^2}{2}$$

解答例（3）

- プライステイカーとして利潤最大化

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p_1 - x_1 = 0, \qquad \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p_2 - x_2 = 0$$

- これと、需給の一致の条件 $x_1 = d_1, x_2 = d_2$ 、および需要関数を用いて

$$p_1 = 600 - p_1, \qquad p_2 = 360 - 2p_2$$
$$p_1 = x_1 = 300, \qquad p_2 = x_2 = 120$$

8. 不確実性

期待効用理論
状態空間分析

期待効用

期待効用理論
(Expected utility theory)

不確実な状況

- 期待効用理論：
  - 不確実な状況での選択の理論
- 不確実な状況とは何か
  - 状態(State)：起こる可能性のある場合
  - 結果(Event):各状態で起こる実際の事柄
  - どの状態が起こるかはわからない
  - ある状態の起こる確率は知っている
  - リスクのある状況

見込み

- 2つの状態、状態1、状態2
  - 状態1　－　所得x_1
  - 状態2　－　所得x_2
  - 状態1の起こる確率＝α_1
  - 状態2の起こる確率＝α_2

$$\alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2 \geq 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$$

- 見込み、富くじ(Lottery)：
  - 各状態で起こる結果とその確率の組

$$L = \{x_1, x_2\,; \alpha_1, \alpha_2\}$$

期待効用

- 見込み(不確実な状況)に対する評価
  - 個人の効用で評価
  - ある個人の確実な所得xに対する効用関数を利用

$$u = U(x)$$

- 期待効用(Expected utility):
  - 見込みLに対する効用関数

$$EU(L) = \alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2)$$

  - $L_1 = \{x_1, x_2\,; 1, 0\}, \quad L_2 = \{x_1, x_2\,; 0, 1\}$ に対して

$$EU(L_1) = U(x_1), \quad EU(L_2) = U(x_2)$$

期待効用(2)

- 2つの見込み

$$L = \{x_1, x_2\,; \alpha_1, \alpha_2\}, \qquad L' = \{x_1, x_2\,; \beta_1, \beta_2\}$$

$$x_1 > x_2, \qquad U(x_1) > U(x_2), \qquad \alpha_1 > \beta_1$$

- Lのほうがより大きな所得を得る確率が大きい

$$\begin{aligned} EU(L) - EU(L') &= (\alpha_1 - \beta_1)U(x_1) + (\alpha_2 - \beta_2)U(x_2) \\ &= (\alpha_1 - \beta_1)U(x_1) + (\alpha_2 - 1 + 1 - \beta_2)U(x_2) \\ &= (\alpha_1 - \beta_1)(U(x_1) - U(x_2)) > 0 \end{aligned}$$

- 望ましい見込みの期待効用は大きい

期待値と期待効用

- 見込み $L = \{x_1, x_2\,; \alpha_1, \alpha_2\}$ に対して
- 期待効用

$$EU(L) = \alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2)$$

  - 効用の期待値
- 期待値(期待所得)

$$x^e = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$$

  - 得られる結果の平均(期待値)

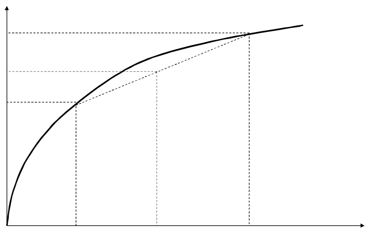
期待効用仮説

- 期待効用仮説(Expected utility hypothesis):
  - 不確実な状況において期待値ではなく、期待効用を最大化するように行動する
  - ノイマンとモルゲンシュテルン
- サンクトペテルブルグの逆説
  - コインを投げてn回目に初めて表が出たら2^n円
  - 賞金の期待値＝無限大
  - 賭けの期待効用は有限

リスクに対する態度

不確実な状況に対する
個人の態度と効用関数

期待効用とグラフ



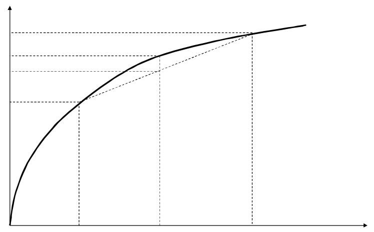
リスク

- 見込み　$L^0 = \{x^e, x^e\,; \alpha_1, \alpha_2\}$
  - 状態1,2のいずれの場合も同額の所得
  - リスクがない
  - 確実な所得

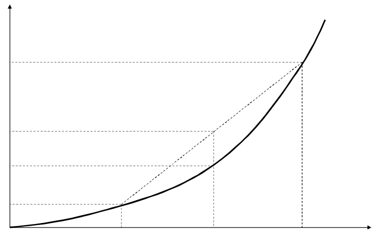
$$EU(L^0) = \alpha_1 U(x^e) + \alpha_2 U(x^e) = U(x^e)$$

  - $x^e = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ のとき、期待値の効用
- リスクのある場合(L)とない場合(L^0)の比較
  - 半々の確率で0円か400万円(リスクあり)
  - 確実に200万円(リスクなし)

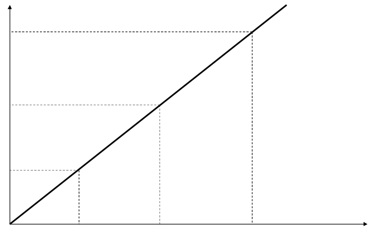
危険(リスク)回避者



危険(リスク)愛好者



危険(リスク)中立的



リスクに対する態度

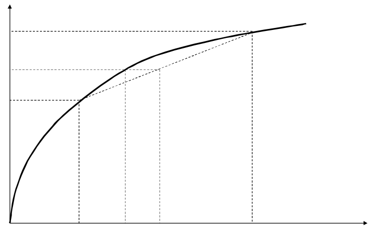
- リスクに対する態度は効用関数の形による
- リスク回避的
  - 効用関数が凹(上に凸)
  - $EU(L) < U(x^e)$
- リスク愛好的
  - 効用関数が凸(下に凸)
  - $EU(L) > U(x^e)$
- リスク中立的
  - 効用関数が線形　$EU(L) = U(x^e)$

リスク・プレミアム

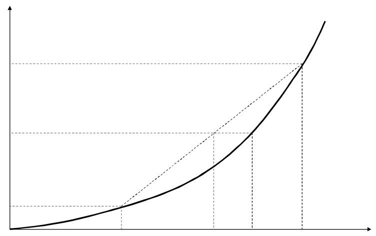
- 確実性同値額(Certainty equivalent)：
  - ある見込みLと同じ効用を与える確実な所得
  - $EU(L) = U(x^*)$となるx*
- リスク・プレミアム(Risk premium)：
  - 期待所得と確実性同値額との差
  - リスクにさらされることへの対価
  - リスクをなくすために支払ってもよいと思う金額
- リスク・プレミアム・レート(Risk premium rate)：

$$\rho = \frac{x^e - x^*}{x^e}$$

リスク回避者とリスク・プレミアム



リスク愛好者とリスク・プレミアム



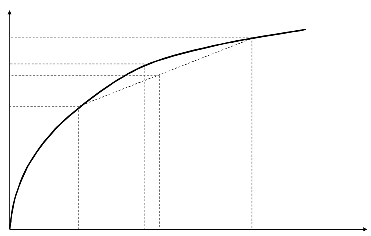
保険

- 見込みLで示される状況にある個人
- 保険
  - 状態1(所得X_1)　→　保険金　$h-X_1$
  - 状態2(所得X_2)　→　保険料　X_2-h
  - どちらの状態でも確実な所得hを保証する
- 危険回避者が保険に加入する条件

$$x^* < h, \qquad EU(L) < U(h)$$

  - たとえhが期待所得より低くても加入する

リスク回避者と保険



公正な保険

- 保険会社の期待収益
  - 収益＝保険料収入－保険金支払い

$$\pi^e = \alpha_2(x_2 - h) - \alpha_1(h - x_1) = x^e - h$$

- 保険市場が競争的
  - 保険会社の利益はゼロ　　$\pi^e = 0, \quad h = x^e$
  - 公正な保険
  - リスクがまったくない状態を保証

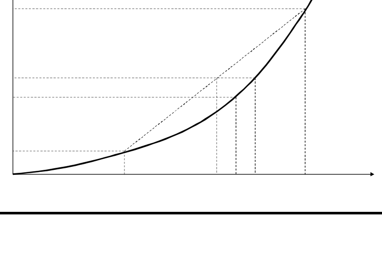
賭

- 見込みLで示される宝くじ
  - 状態1(はずれ)　→　X_1円
  - 状態2(あたり)　→　X_2円
  - 宝くじの価格　p円
- 危険愛好者が宝くじを買う条件

$$p < x^*, \qquad EU(L) > U(p)$$

  - 価格が賞金の期待値より高くても購入する

リスク愛好者と賭



公正な宝くじ

- 宝くじの売り手の期待収益
  - 1つp円
  - 状態1でx_1円の支払い
  - 状態2でx_2円の支払い

$$\pi^e = p - (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = p - x^e$$

- 宝くじの市場が競争的
  - 売り手の収益はゼロ　$\pi^e = 0, \quad p = x^e$
  - 公正な宝くじ

今日の問題