

先週の問題

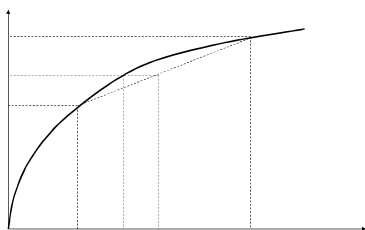
消費者の効用関数が

$$u = x^{\frac{1}{2}}$$

であるとする。所得が0.5の確率で900万円、0.5の確率で1600万円になるという不確実な状況にある。

- 1) 消費者の期待所得はいくらか
- 2) 消費者の期待効用を求めよ
- 3) この消費者が転職するためには確実な所得としていくらを保証しなければならないか

解答例 (1)



解答例(2)

- 1) 期待所得

$$0.5 \times 900 + 0.5 \times 1600 = 1250, \quad x^e = 1250$$

- 2) 期待効用

$$\begin{aligned} EU &= 0.5 \times U(900) + 0.5 \times U(1600) \\ &= 0.5\sqrt{900} + 0.5\sqrt{1600} = 35 \end{aligned}$$

- 3) 不確実な現在の所得と少なくとも同程度の効用が得られればよい

$$U(x) = \sqrt{x} = 35, \quad x = 1225$$

状態空間分析

状態選好の理論
保険

条件付財

- 条件付財(Contingent Commodities):
 - 物理的には同じ財でも、消費する状態で与える効用が異なるので、異なった財と考える
 - 例：晴れの日の傘、雨の日の傘
 - 例：火災があるときの資産、ないときの資産
- 条件付財に対する期待効用
$$V(x_1, x_2) = pU_1(x_1) + (1 - p)U_2(x_2)$$
 - p : 状態1の起こる確率
 - X_i : 状態 i での財の消費量(所得)

条件付財の取引

- 事前の取引
 - 条件付財の取引は、その状態が実際に起こる前に行われる
 - 火事のないときの資産 → あるときの資産
 - 高収益のときの資産 → 低収益のときの資産
 - 事前の期待効用最大化
- 無差別曲線分析
 - 異なる財と考えることにより、消費者理論を応用

期待効用と無差別曲線

• 議論の前提

- 状態1の起こる確率： $(1-p)$ 、状態2の確率： p
- 状態1の所得： x_1 、状態2の所得： x_2
- 確実な所得 x から得られる効用

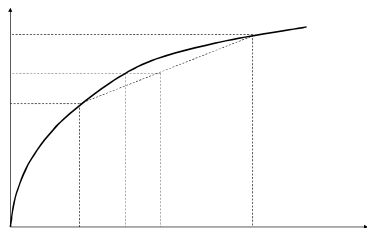
$$u = U(x)$$

- 危険回避的、上に凸

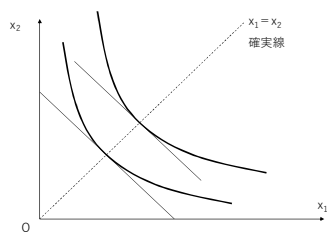
• 期待効用関数

$$V(x_1, x_2) = (1-p)U(x_1) + pU(x_2)$$

確実な所得と効用



期待効用の無差別曲線



限界代替率

- 期待効用の無差別曲線の傾き

$$V(x_1, x_2) = (1-p)U(x_1) + pU(x_2)$$

$$MRS = \frac{\partial V / \partial x_1}{\partial V / \partial x_2} = \frac{(1-p)U'(x_1)}{pU'(x_2)}$$

- 特に、確実線上では $1-p/p$
- リスク回避的な無差別曲線の形
 - 右下がり
 - x_1 の増加、 x_2 の減少 $\rightarrow U'(x_1)$ の減少、 $U'(x_2)$ の増加
 - $\rightarrow U'(x_1)/U'(x_2)$ の減少 $\rightarrow$ 原点に対して凸

状態空間とリスク

- リスク
 - 不確実性の程度
 - 状態による資産の差 $\rightarrow$ 確実線から離れるほどリスク増大
- リスク回避的な無差別曲線
 - 原点に対して凸
 - 確実線から離れるほど下位の無差別曲線
 - $\rightarrow$ リスク増大 = 効用低下

保険

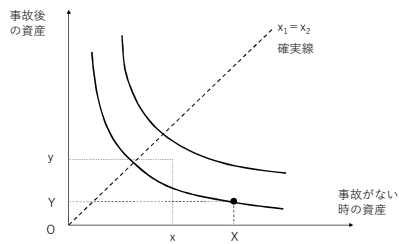
- 不確実な所得
 - 状態1：確率 $(1-p)$ ：所得 X
 - 状態2：確率 p ：所得 Y 、 $X > Y$

• 保険

- 状態1が実現 $\rightarrow$ A円の保険料
- 状態2が実現 $\rightarrow$ B円の保険金
- 保険加入後の資産

$$x = X - A, \quad y = Y + B - A$$

保険の購入

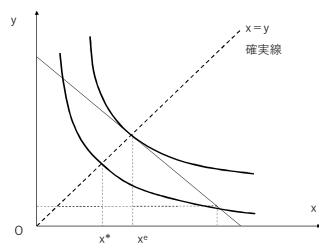


無保険時の期待所得

- 保険に未加入のときの期待所得

$$x^e = (1-p)X + pY, \quad (1-p)x + py = (1-p)X + pY$$
 - 点 (X, Y) を通る傾き $(1-p)/p$ の直線
 - 確実線 $(x=y)$ とは、 (x^e, x^e) で交わる
- 確実性同値額
 - 保険に未加入時の効用と同じ大きさの効用を与える確実な所得
 - 点 (X, Y) を通る無差別曲線と確実線の交点
$$U(x^*) = (1-p)U(X) + pU(Y)$$
- リスク・プレミアム $x^e - x^*$

確実性同値額、リスク・プレミアム



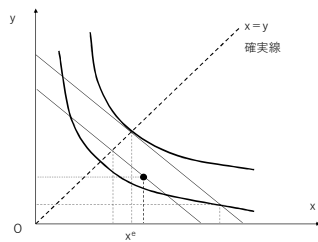
保険会社の期待収益(1)

• 期待収益

- 事故がない時の保険料収入 $= (1-p)(X-x)$
- 事故後の保険金支払い $= p(y-Y)$

$$\begin{aligned}\text{期待収益} &= p(Y-y) + (1-p)(X-x) \\ &= pY + (1-p)X - \{py + (1-p)x\} \\ &= x^e - \{py + (1-p)x\}\end{aligned}$$

保険会社の期待収益



独占的な保険会社

• 保険会社の問題

- 利潤を最大化 → 補償額を小さく
- 保険が売れる → 加入者の無差別曲線より右上

• 確実性同値額を保証する

- 無差別曲線と確実線の交点

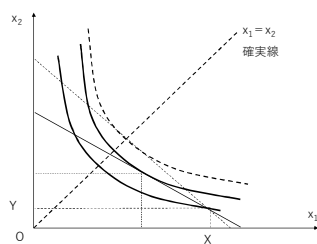
完全競争市場での保険会社

- 保険会社間の競争
 - 保険料の値下げ → 保険会社の利潤ゼロ
 - → 等利潤線と期待所得の線が一致
 - 消費者はなるべく高位の無差別曲線上で選択
- 均衡
 - 事故があってもなくても期待所得を補償する保険
 - 消費者はリスクを負わない
 - 保険会社がリスクをすべて負う ← リスク中立

一般の保険

- 保険
 - 状態1が実現 → 1口につき q 円の保険料
 - 状態2が実現 → 1口につき1円の保険金
 - h 口に加入した個人の資産
 - $x = X - qh,$ $y = Y + h$
 - h を消去
 - $x + qy = X + qY$
 - 点 (X, Y) を通る直線 → 予算線
 - 傾き = $1/q$

保険の無差別曲線分析



期待効用最大化

- 効用最大化の条件
 - 無差別曲線と予算線が接する
 - $MRS = \text{価格比}$
$$\frac{(1-p)U'(x)}{pU'(y)} = \frac{(1-p)U'(X-qh)}{pU'(Y+h)} = \frac{1}{q}$$
 - 期待効用を h の関数と考える
$$V(x, y) = (1-p)U(X-qh) + pU(Y+h) = F(h)$$
 - 最大化のため h で微分してゼロとおく
$$-q(1-p)U'(X-qh) + pU'(Y+h) = 0$$

保険会社の期待収益

- 期待収益
 - 保険1口当たりの期待収益
 - 保険料収入 $= q(1-p)$
 - 保険金支払い $= 1 \times p$
 - 期待収益 $= q(1-p) - p$
 - 最低価格(q の下限) $\leftarrow$ 収益 = ゼロ
$$q \geq \frac{p}{1-p}$$
 - 公正な保険: $-1/(p/1-p)$ 円 $\leftarrow$ 競争的

今日の問題
