

## 前回の問題

1企業、1生産者からなる経済

生産関数  $q = f(L) = L^{\frac{1}{2}}$

効用関数  $u = x^2 c$

初期保有量  $L^0 = 2$

- 1) 企業の消費財供給関数、労働需要関数、利潤関数
- 2) 消費者の消費財需要関数、労働供給関数
- 3) 均衡価格

## 解答例

1) 生産物価格を $p$ 、生産要素価格(労働賃金)を $w$ とする。

企業の利潤最大化問題

$$\max \pi = pq - wL \quad \text{s.t.} \quad q = L^{\frac{1}{2}}$$

利潤最大化の条件

$$f'(L) = \frac{w}{p}, \quad \frac{L^{-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{w}{p}, \quad L^d = \frac{p^2}{4w^2} \quad (\text{要素需要関数})$$

これと生産関数から

$$q = \left( \frac{p^2}{4w^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{p}{2w} \quad (\text{生産物供給関数})$$

## 解答例(2)

要素需要関数、供給関数を代入して

$$\pi = pq - wL^d = \frac{p^2}{2w} - \frac{p^2}{4w} = \frac{p^2}{4w} \quad (\text{利潤関数})$$

2) 消費者の効用最大化問題

$$\max u = x^2 c \quad \text{s.t.} \quad wx + pc = wL^0 + \pi$$

効用最大化条件

$$\frac{MU_x}{MU_c} = \frac{w}{p}, \quad \frac{2xc}{x^2} = \frac{w}{p}, \quad 2pc = wx$$

これと予算制約式から

## 解答例(3)

$$pc + 2pc = 2w + \pi, \quad x = \frac{4w + 2\pi}{3w}, \quad c = \frac{2w + \pi}{3p} \quad (\text{需要関数})$$

3) 生産物市場の均衡条件から

$$q = c, \quad \frac{p}{2w} = \frac{2w + \pi}{3p}, \quad \frac{p}{2w} = \frac{2w}{3p} + \frac{p}{12w}$$

整理すると

$$\left( \frac{w}{p} \right)^2 = \frac{5}{8}, \quad \frac{w}{p} = \sqrt{\frac{5}{8}}$$

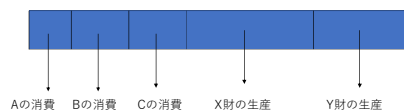
## 経済厚生

資源配分の評価  
価格機構とパレート効率性

## 資源配分

• 資源配分 (Resource allocation) :

どんな財が生産・消費にどれだけ用いられるかを示す



## パレート最適

- パレート最適性(効率性)(Pareto optimality) :
  - 資源配分の評価基準のひとつ
  - 経済的に無駄があるかないか
- パレート最適(Pareto optimal) :
  - ある人の効用を増加させようとする、他の人の効用を減少させなければならない状態
  - 誰の効用も減少させずに少なくとも1人の人の効用を増加させることができない状態

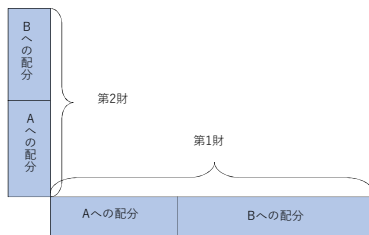
## 消費の効率性

- 限りある財を消費者間で分け合う場合、どのようなわけ方(資源配分)が効率的なのか？
- 1財の場合 :
  - ある財を消費者AとBに配分

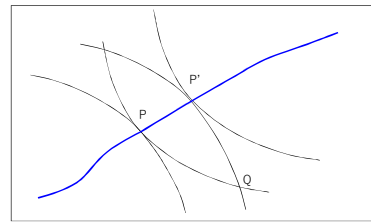


- どのようなわけ方もパレート最適
  - ← 一方の分を増やせば他方の取り分が減る

## 2財の場合の配分



## エッジワース・ボックス



## パレート最適な配分

- エッジワース・ボックス内の1点は、2財の配分(分け方)をひとつ定める
- ある点で無差別曲線が交わる場合
  - レンズ状の部分の内側へ移動することにより、同時にA、Bの効用を増加
  - パレート最適ではない
- 無差別曲線が交わらない(接する)場合
  - 一方の効用を増加させると、他方は減少
  - パレート最適

## パレート最適な配分の条件

- パレート最適な配分 → 無差別曲線が接する
- 限界代替率が等しい

$$MRS^A = MRS^B$$

$$\frac{MU_1^A}{MU_2^A} = \frac{MU_1^B}{MU_2^B}$$

- 命題5.1.1 :
  - 財の配分においてパレート最適な状態では全ての個人の財の限界代替率は等しい

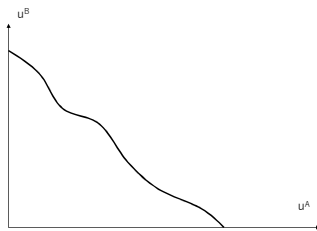
## 契約曲線

- 契約曲線(Contract curve) :
  - エッジワース・ボックスにおいて、パレート最適な配分の集合
  - 無差別曲線の接する点の集合
  - 消費者AとBによる自発的な交換が成立する可能性がある点  
→ 契約成立

## 効用フロンティア

- 効用フロンティア(Utility frontier) :
  - 資源配分が契約曲線上を移動するときに、対応する消費者AとBの効用水準を図示したもの
  - 必ず右下がり  
← 契約曲線上の点はパレート最適

## 効用可能曲線



## 問5.1

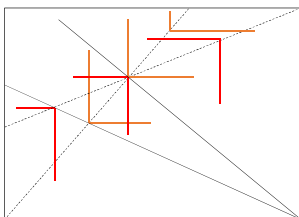
2財1,2と2消費者A、Bからなる純粋交換経済において、各消費者の効用関数と財の初期保有量がそれぞれ

$$u^A = \min\{x_1, x_2\}, \quad e_1^A = 8, \quad e_2^A = 0$$

$$u^B = \min\{x_1, 2x_2\}, \quad e_1^B = 0, \quad e_2^B = 6$$

- であるとする。
- 1) エッジワース・ボックス、無差別曲線を図示
  - 2) パレート最適な配分の集合、競争均衡における配分の集合を図示
  - 3) 競争均衡における価格体系

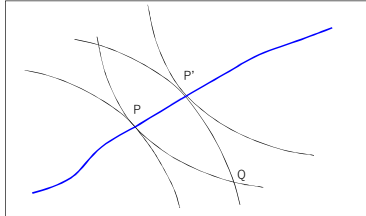
## 解答



## 生産と消費の効率性

- 生産の効率性
  - 生産要素の産業間の資源配分
- 生産と消費の効率性
  - 生産がある場合、財の存在量が変化する
  - 存在量の変化 →
  - エッジワース・ボックスの縦・横の長さの変化
  - 自由に変化するわけではない →
  - どのように変化できるのか？

## 生産要素の効率的配分



## パレート最適な配分

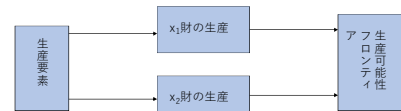
- ある点で等量線が交わる場合
  - レンズ状の部分の内側へ移動することにより、同時に企業A、Bの生産を増加
  - → パレート最適ではない
- 等量線が交わらない(接する)場合
  - 一方の生産を増加させると、他方は減少
  - → パレート最適

## パレート最適な配分の条件

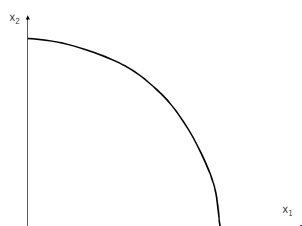
- パレート最適な配分 → 等量線が接する
- 技術的限界代替率が等しい
  - $MRTS^A = MRTS^B$
  - $\frac{MP_1^A}{MP_2^A} = \frac{MP_1^B}{MP_2^B}$
- 命題：
  - 生産要素の配分においてパレート最適な状態では、同じ生産用を投入する全ての企業の技術的限界代替率は等しい

## 生産可能性フロンティア

- 効率的な生産
  - 生産要素のパレート最適な配分によって達成される生産
  - このときの生産量の組を生産可能性フロンティア (Production possibility frontier) という



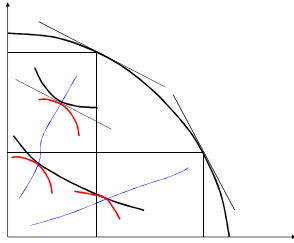
## PPF



## 限界変形率

- 限界変形率 (Marginal rate of transformation) :
  - $x_1$ 財の生産量を1単位増加(減少)させたときに、減少(増加)させなければならない  $x_2$ 財の量
  - 生産可能性フロンティアの傾き
- $x_1 \uparrow \rightarrow x_1$ の生産に用いられる生産要素  $\uparrow$ 
  - ↓ (効率的な生産のため)
  - $x_2$ の生産に用いられる生産要素  $\downarrow \rightarrow x_2 \downarrow$

### パレート最適な配分



### パレート最適の条件

- 生産経済のパレート最適な配分の満たす条件

$$MRS^A = MRS^B = MRT$$

$MRS^A < MRT$  のとき

- $x_1$  財の A への配分の 1 単位の減少
  - $x_1$  財の生産の 1 単位の減少
  - $x_2$  財の生産の MRT の増加
  - $MRS^A < MRT$  なので A の効用が増加
- 命題 5.1.2: 生産がある場合、パレート最適な状態では全ての個人の限界代替率が等しいばかりでなく、それは生産における限界変形率にも等しい。

### 生産経済の効用フロンティア

- 生産可能性フロンティア上のひとつの点に対してひとつの契約曲線
- 契約曲線 → 効用フロンティア
- 生産経済の効用フロンティアは、個々の効用フロンティアの包絡線

### 今日の問題