

前回の問題

- ある財の需要量は昼間と夜間で異なり

$$d_1 = 600 - p_1$$

$$d_2 = 360 - 2p_2$$

- 一方、独占企業の費用関数は

$$c = \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}$$

- 利潤最大化する場合

- 経済厚生が最大となる場合

解答例 (1)

- 需要曲線

$$p_1 = 600 - d_1$$

$$p_2 = 180 - \frac{1}{2}d_2$$

- 独占企業の利潤

$$\begin{aligned}\pi &= p_1x_1 + p_2x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \\ &= (600 - x_1)x_1 + \left(180 - \frac{1}{2}x_2\right)x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}\end{aligned}$$

解答例 (2)

- 利潤最大化

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = 600 - 3x_1 = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = 180 - 2x_2 = 0$$

$$x_1 = 200, \quad x_2 = 90, \quad p_1 = 400, \quad p_2 = 135$$

- 経済厚生が最大になるのは、独占企業がプライスティカーとして行動するとき

$$\pi = p_1x_1 + p_2x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}$$

解答例 (3)

- プライスティカーとして利潤最大化

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} = p_1 - x_1 = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial x_2} = p_2 - x_2 = 0$$

- これと、需給の一致の条件 $x_1 = d_1, x_2 = d_2$ 、および需要関数を用いて

$$p_1 = 600 - p_1, \quad p_2 = 360 - 2p_2$$

$$p_1 = x_1 = 300, \quad p_2 = x_2 = 120$$

8. 不確実性

期待効用理論
状態空間分析

期待効用

期待効用理論
(Expected utility theory)

不確実な状況

- 期待効用理論：
 - 不確実な状況での選択の理論
- 不確実な状況とは何か
 - 状態(State)：起こる可能性のある場合
 - 結果(Event)：各状態で起こる実際の事柄
 - どの状態が起こるかはわからない
 - ある状態の起こる確率は知っている
 - リスクのある状況

見込み

- 2つの状態、状態1、状態2
 - 状態1 - 所得 x_1
 - 状態2 - 所得 x_2
 - 状態1の起こる確率 = α_1
 - 状態2の起こる確率 = α_2
- $\alpha_1 \geq 0, \quad \alpha_2 \geq 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1$
- 見込み、富くじ(Lottery)：
 - 各状態で起こる結果とその確率の組
 $L = \{x_1, x_2; \alpha_1, \alpha_2\}$

期待効用

- 見込み(不確実な状況)に対する評価
 - 個人の効用で評価
 - ある個人の確実な所得 x に対する効用関数を利用
 $u = U(x)$
- 期待効用(Expected utility)：
 - 見込み L に対する効用関数
 $EU(L) = \alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2)$
 - $L_1 = \{x_1, x_2; 1, 0\}, \quad L_2 = \{x_1, x_2; 0, 1\}$ に対して
 $EU(L_1) = U(x_1), \quad EU(L_2) = U(x_2)$

期待効用(2)

- 2つの見込み
 - $L = \{x_1, x_2; \alpha_1, \alpha_2\}, \quad L' = \{x_1, x_2; \beta_1, \beta_2\}$
 - $x_1 > x_2, \quad U(x_1) > U(x_2), \quad \alpha_1 > \beta_1$
- L のほうより大きな所得を得る確率が大きい
 - $EU(L) - EU(L') = (\alpha_1 - \beta_1)U(x_1) + (\alpha_2 - \beta_2)U(x_2)$
= $(\alpha_1 - \beta_1)U(x_1) + (\alpha_2 - 1 + 1 - \beta_2)U(x_2)$
= $(\alpha_1 - \beta_1)(U(x_1) - U(x_2)) > 0$
- 望ましい見込みの期待効用は大きい

期待値と期待効用

- 見込み $L = \{x_1, x_2; \alpha_1, \alpha_2\}$ に対して
- 期待効用
 $EU(L) = \alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2)$
 - 効用の期待値
- 期待値(期待所得)
 $x^e = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$
 - 得られる結果の平均(期待値)

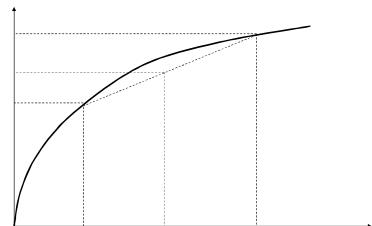
期待効用仮説

- 期待効用仮説(Expected utility hypothesis)：
 - 不確実な状況において期待値ではなく、期待効用を最大化するよう行動する
 - ノイマンとモルゲンシュテルン
- サンクトペテルブルグの逆説
 - コインを投げてn回目に初めて表が出たら2^n円
 - 賞金の期待値 = 無限大
 - 賭けの期待効用は有限

リスクに対する態度

不確実な状況に対する
個人の態度と効用関数

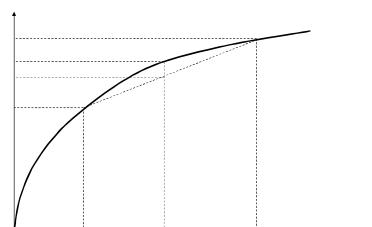
期待効用とグラフ



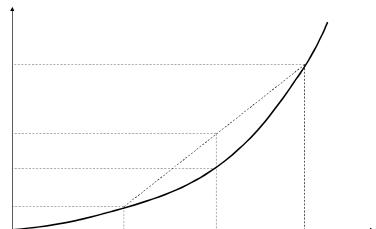
リスク

- 見込み $L^0 = \{x^e, x^e; \alpha_1, \alpha_2\}$
 - 状態1,2のいずれの場合も同額の所得
 - リスクがない
 - 確実な所得
- $EU(L^0) = \alpha_1 U(x_1) + \alpha_2 U(x_2) = U(x^e)$
- $x^e = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ のとき、期待値の効用
- リスクのある場合(L)とない場合(L^0)の比較
 - 半々の確率で0円か400万円(リスクあり)
 - 確実に200万円(リスクなし)

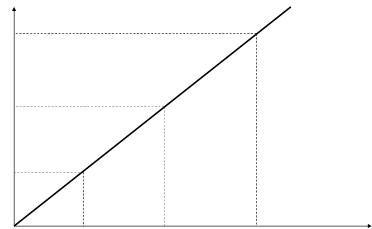
危険(リスク)回避者



危険(リスク)愛好者



危険(リスク)中立的



リスクに対する態度

- リスクに対する態度は効用関数の形による
- リスク回避的
 - 効用関数が凹(上に凸)
 - $EU(L) < U(x^e)$
- リスク愛好的
 - 効用関数が凸(下に凸)
 - $EU(L) > U(x^e)$
- リスク中立的
 - 効用関数が線形

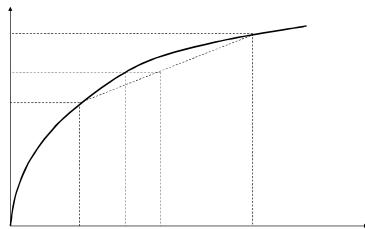
$$EU(L) = U(x^e)$$

リスク・プレミアム

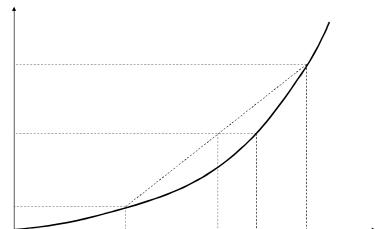
- 確実性同値額(Certainty equivalent) :
 - ある見込みしと同じ効用を与える確実な所得
 - $EU(L) = U(x^*)$ となる x^*
- リスク・プレミアム(Risk premium) :
 - 期待所得と確実性同値額との差
 - リスクにさらされることへの対価
 - リスクをなくすために支払ってもよいと思う金額
- リスク・プレミアム・レート(Risk premium rate) :

$$\rho = \frac{x^e - x^*}{x^e}$$

リスク回避者とリスク・プレミアム



リスク愛好者とリスク・プレミアム

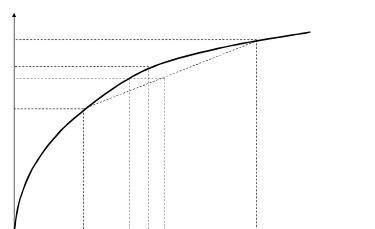


保険

- 見込みしで示される状況にある個人
- 保険
 - 状態1(所得 X_1) → 保険金 $h - X_1$
 - 状態2(所得 X_2) → 保険料 $X_2 - h$
 - どちらの状態でも確実な所得 h を保証する
- 危険回避者が保険に加入する条件

$$x^* < h, \quad EU(L) < U(h)$$
 - たとえ h が期待所得より低くとも加入する

リスク回避者と保険



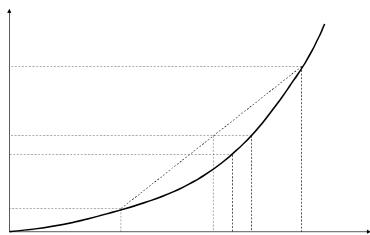
公正な保険

- 保険会社の期待収益
 - 収益 = 保険料収入 - 保険金支払い
 - $\pi^e = \alpha_2(x_2 - h) - \alpha_1(h - x_1) = x^e - h$
- 保険市場が競争的
 - 保険会社の利益はゼロ $\pi^e = 0$, $h = x^e$
 - 公正な保険
 - リスクがまったくない状態を保証

賭

- 見込みLで示される宝くじ
 - 状態1(はずれ) → X_1 円
 - 状態2(あたり) → X_2 円
 - 宝くじの価格 p 円
- 危険愛好者が宝くじを買う条件
 - $p < x^*$, $EU(L) > U(p)$
 - 価格が賞金の期待値より高くても購入する

リスク愛好者と賭



公正な宝くじ

- 宝くじの売り手の期待収益
 - 1つ p 円
 - 状態1で x_1 円の支払い
 - 状態2で x_2 円の支払い
- $\pi^e = p - (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = p - x^e$
- 宝くじの市場が競争的
 - 売り手の収益はゼロ $\pi^e = 0$, $p = x^e$
 - 公正な宝くじ

今日の問題