

学生証番号 : _____ 氏名 : _____

2019 年度前期 幾何学 A 演習 小テスト 第 11 回 7/24

$S^2, P(\mathbb{R}^3)$ を講義で定めた 2 次元 C^∞ -級多様体とする. また写像 $\varphi : S^2 \rightarrow P(\mathbb{R}^3)$ を

$$\varphi : S^2 \rightarrow P(\mathbb{R}^3), x \mapsto [x]$$

と定める.

問 1. $\varphi : S^2 \rightarrow P(\mathbb{R}^3)$ が C^∞ -級写像であることを示したい. 何を示せば十分か述べよ.

問 2. $p = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0) \in S^2$ とする. また $(O, U, \mathbf{u}) \in \mathcal{A}_{S^2}, (O', V, \mathbf{v}) \in \mathcal{A}_{P(\mathbb{R}^3)}$ を以下のように定める:

- $O = \{x \in S^2 \mid x_1 > 0\} \subset S^2, U = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid u_1^2 + u_2^2 < 1\} \subset \mathbb{R}^2,$

- $\mathbf{u} : O \rightarrow U, x \mapsto (x_2, x_3),$

- $O' = \{[x] \in P(\mathbb{R}^3) \mid x \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}, x_1 \neq 0\} \subset P(\mathbb{R}^3), V = \mathbb{R}^2,$

- $\mathbf{v} : O' \rightarrow V, [x] \mapsto \frac{1}{x_1}(x_2, x_3).$

このとき $p \in O, \varphi(p) \in O'$ を示せ. また

$$\varphi_{\mathbf{u}\mathbf{v}} : \mathbf{u}(O \cap \varphi^{-1}(O')) \rightarrow V, u \mapsto \mathbf{v}(\varphi(\mathbf{u}^{-1}(u)))$$

を書き下せ (定義域, 値域を求め, 具体的に写像を求めよ).