

2019 年度前期 幾何学 A 演習 小テスト 第 3 回 6/19

$U$  を  $\mathbb{R}^n$  の空でない開集合とする. 写像  $Y : C^\infty(U) \rightarrow C^\infty(U)$  が  $U$  上のベクトル場であるとは, 以下の二条件を満たすこととする:

条件 (i):  $Y : C^\infty(U) \rightarrow C^\infty(U)$  は線型写像.

条件 (ii):  $Y$  は “場のライプニッツ則” を満たす. すなわち, 任意の  $f, g \in C^\infty(U)$  について,

$$Y(f \cdot g) = Y(f) \cdot g + f \cdot Y(g).$$

問 1.  $X$  を  $U$  上のベクトル場,  $h$  を  $U$  上の  $C^\infty$ -級関数とする (つまり  $h \in C^\infty(U)$ ). このとき, 写像

$$hX : C^\infty(U) \rightarrow C^\infty(U), f \mapsto h \cdot (Xf)$$

が  $U$  上のベクトル場となることを示せ.

学生証番号 : \_\_\_\_\_ 氏名 : \_\_\_\_\_