

2019 年度前期 幾何学 A 演習 小テスト 第 4 回 6/21

C^∞ -級写像の定義: $n, m \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ とし, U を \mathbb{R}^n の空でない開集合, V を \mathbb{R}^m の空でない開集合とする. 写像 $\phi: U \rightarrow V$ が C^∞ -級写像であるとは, 以下を満たすこととする:

$$\forall f \in C^\infty(V), \phi^*(f) := f \circ \phi \in C^\infty(U).$$

問 1. $n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ を固定し, 各 $i = 1, 2, 3$ について, \mathbb{R}^{n_i} の空でない開集合 U_i を固定しておく. また

$$\varphi: U_1 \rightarrow U_2, \psi: U_2 \rightarrow U_3$$

をそれぞれ C^∞ -級写像とする. このとき, 合成写像

$$\psi \circ \varphi: U_1 \rightarrow U_3$$

が C^∞ -級写像であることを示せ.

学生証番号: _____ 氏名: _____