

問 1. $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ を固定し, 各 $i = 1, 2$ について, \mathbb{R}^{n_i} の空でない開集合 U_i を固定しておく. また

$$\varphi : U_1 \rightarrow U_2$$

を C^∞ -級写像とする. いま

$$\varphi : U_1 \rightarrow U_2, x \mapsto (\varphi_1(x), \dots, \varphi_{n_2}(x))$$

と書いて, $\varphi_1, \dots, \varphi_{n_2}$ を $C^\infty(U_1)$ の元とみなす. このとき, 各 $j = 1, \dots, n_1$ について,

$$(d\varphi)_p \left(\left(\frac{\partial}{\partial x_j} \right)_p \right) = \sum_{i=1}^{n_2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j}(p) \left(\frac{\partial}{\partial y_i} \right)_{\varphi(p)}$$

となることを示せ. ただし解析の講義で扱われた連鎖律については用いてよいこととする.