

問 1. M を位相空間とし, $(O, U, \mathbf{x}), (O', V, \mathbf{y})$ を M 上の n 次元局所座標系であって, $O \cap O' \neq \emptyset$ であるものとする.

(1) 座標変換 $\tau_{\mathbf{x}\mathbf{y}}, \tau_{\mathbf{y}\mathbf{x}}$ の定義を述べよ.

(2) $\tau_{\mathbf{x}\mathbf{y}}, \tau_{\mathbf{y}\mathbf{x}}$ が共に C^∞ -diffeo であるとする. このとき $f \in C^0(M)$ について, 以下の二条件が同値であることを示せ:

(i) f は $(O \cap O', \mathbf{x}(O \cap O'), \mathbf{x}|_{O \cap O'})$ 上 C^∞ -級 (i.e. $f \in C^\infty(M; (O \cap O', \mathbf{x}(O \cap O'), \mathbf{x}|_{O \cap O'}))$).

(ii) f は $(O \cap O', \mathbf{y}(O \cap O'), \mathbf{y}|_{O \cap O'})$ 上 C^∞ -級 (i.e. $f \in C^\infty(M; (O \cap O', \mathbf{y}(O \cap O'), \mathbf{y}|_{O \cap O'}))$).

学生証番号 : _____ 氏名 : _____