学生証番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　氏名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2019 年度後期 線形代数演習 II 小テスト 第 11 回 11/18

集合 $V$ を

$$V := \{ \text{実数列 } (a_n)_n \mid a_n \in \mathbb{R} \text{ and } a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0 \text{ for any } n = 1, 2, 3, ....\}$$

とし, $V$ 上の標準的な和とスカラー倍を定め, 実線型空間とみなす. また $V$ 上の線型変換 $\sigma : V \to V$ を

$$\sigma : V \to V,\ (a_n)_n \mapsto (a_{n+1})_n$$

と定める ($\sigma$ が線型変換を定めることについての証明は省略してよい).

**問 1.** 実数列 $(a_n)_n$, $(b_n)_n$ を以下で定める:

- $a_1 = 1$, $a_2 = 0$ とし, 各 $n \geq 3$ について $a_n := 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$ として帰納的に $a_n$ を定めて得られる実数列を $(a_n)_n$ とする.
- $b_1 = 0$, $b_2 = 1$ とし, 各 $n \geq 3$ について $b_n := 3b_{n-1} - 2b_{n-2}$ として帰納的に $b_n$ を定めて得られる実数列を $(b_n)_n$ とする.

このとき $(a_n)_n, (b_n)_n \in V$ であり, さらに $((a_n)_n, (b_n)_n)$ が $V$ の基底となる (このことの証明は省略してよい). ここで $V$ の元 $\sigma((a_n)_n), \sigma((b_n)_n)$ をそれぞれ $(a_n)_n$, $(b_n)_n$ の一次結合で表せ (証明はここでは省略してよい). また, この基底 $((a_n)_n, (b_n)_n)$ について, 線型変換 $\sigma : V \to V$ の表現行列 $A$ を求めよ.

**問 2.** 上で求めた 2 次正方行列 $A$ の固有値をすべて求めよ. また各固有値に対して, 対応する固有空間をそれぞれ求めよ.

**問 3.** 線型変換 $\sigma : V \to V$ の固有値をすべて求めよ. また各固有値に対して, 対応する固有空間をそれぞれ求めよ.