

Section 11 : 直積的標体 試験範囲外

C^∞ 級標体 M の直積 $M \times N$ が C^∞ 級標体 になることを紹介可也。

Part II : 可微分標体 の定義

Section 6 局所座標系

Section 7 座標変換と C^∞ -atlas

Section 8 C^∞ 級関数 on C^∞ -atlas

Section 9 極大 C^∞ -atlas

Section 10 C^∞ 級標体

Section ~~11~~ 射影空間

12

< Section 11 : 直積的標体

Section 11.1 : 直積空間と C^∞ -atlas

設定 M_i : 位相空間 ($i=1,2$)
 \perp $n_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$

記号 : $M_1 \times M_2$: 直積空間 (位相と直積位相)

Prop 11.1.1 : $(O_1, U_1, \mathcal{U}_1) \in \mathcal{L}C(M_1; \mathbb{R}^{n_1})$
 $(O_2, U_2, \mathcal{U}_2) \in \mathcal{L}C(M_2; \mathbb{R}^{n_2})$

\perp \Rightarrow \perp

$(\underbrace{O_1 \times O_2}_{\cap \text{ open } M_1 \times M_2}, \underbrace{U_1 \times U_2}_{\cap \text{ open } \mathbb{R}^{n_1+n_2}}, \mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2 : O_1 \times O_2 \rightarrow U_1 \times U_2) \in \mathcal{L}C(M_1 \times M_2; \mathbb{R}^{n_1+n_2})$
 $(x^1, x^2) \mapsto (\mathcal{U}_1(x^1), \mathcal{U}_2(x^2))$

Thm 11.1.2 : $A^1 \in C^\infty\text{-atlas}(M_1; \mathbb{R}^{n_1})$
 $A^2 \in C^\infty\text{-atlas}(M_2; \mathbb{R}^{n_2}) \quad \Rightarrow$

$\mathcal{A}(A^1, A^2) := \left\{ (O_1 \times O_2, U_1 \times U_2, \varphi_1 \times \varphi_2) \in \mathcal{LC}(M_1 \times M_2, \mathbb{R}^{n_1+n_2}) \mid \right.$
 $(O_i, U_i, \varphi_i) \in A^i \quad (i=1, 2) \left. \right\}$
 $\in C^\infty\text{-atlas}(M_1 \times M_2; \mathbb{R}^{n_1+n_2})$

Prop 11.1.3 : $A^1 \subset B^1$ in C^∞ -atlas $(M; \mathbb{R}^{n_1})$
 $A^2 \subset B^2$ in C^∞ -atlas $(M; \mathbb{R}^{n_2})$ $n_1 \geq n_2$
 $\mathcal{L}(A^1, A^2) \subset \mathcal{L}(B^1, B^2)$

Cov 11.1.4

$i = 1, 2$ に對して

$A^i \in C^\infty\text{-atlas}(M_i; \mathbb{R}^{n_i})$ の極限 τ がある。

$i = 1, 2$ に對して

$A_0^i \in C^\infty\text{-atlas}(M_i; \mathbb{R}^{n_i})$ の $[A_0^i] = A^i$ (i.e. $A_0^i \subset A^i$)

を満たす

$$[\chi(A^1, A^2)] = [\chi(A_0^1, A_0^2)]$$

注意: $A^1 \in C^\infty\text{-atlas}(M_1; \mathbb{R}^{n_1})$, $A^2 \in C^\infty\text{-atlas}(M_2; \mathbb{R}^{n_2})$

の τ に極限 τ がある。

$\chi(A^1, A^2) \in C^\infty\text{-atlas}(M_1 \times M_2; \mathbb{R}^{n_1+n_2})$ の

極限 τ がある。

Section 11.2 : 直積の条件

Thm 11.2.1 : $(M_i, A^i) : C^\infty - n_i - \text{mfd}$ かつ $(i=1,2)$

⇔ $(M_1 \times M_2, [\mathcal{A}(A^1, A^2)])$ は
 $C^\infty - (n_1 + n_2) - \text{mfd}$.

Ex 11.2.2

$\mathbb{R} \times S^1 \hookrightarrow C^\infty$ -1-mfd $T\mathbb{R}^2$

$\mathbb{R} \times S^1 \hookrightarrow C^\infty$ -2-mfd

Annulus (annulus)



Ex 11.23

S^1 is C^∞ -1-mfd is a 2'

$T^2 := S^1 \times S^1$ is C^∞ -2-mfd

2-torus

