§1：イントロ

Part I：ホモトピー

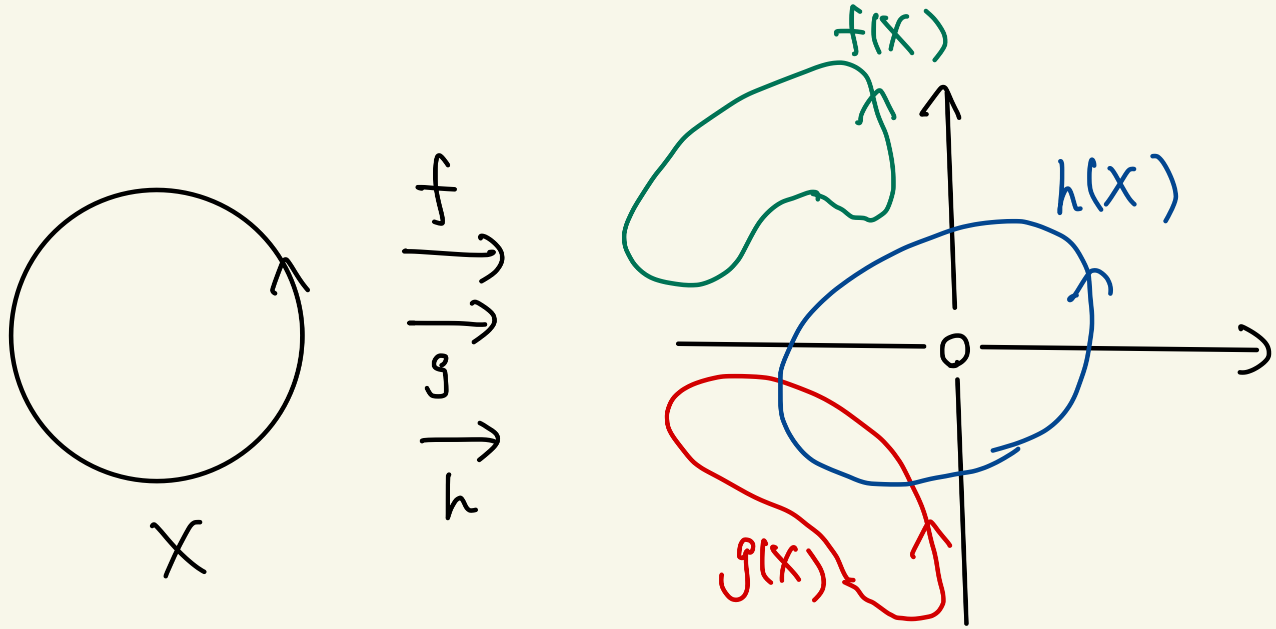
Part II：基本群

Part III：被覆写像

Part I : ホモトピー

テーマ : 連続写像の連続変形

例　$X = S^1$,　$Y = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$



Q1 : f を連続変形して g にできる? ⇝ できる

Q2 : f を連続変形して h にできる? ⇝ できない!

証明はどうやる? → (原点でひっかかる)

Part II : 基本群

各"基点付き位相空間" (X, x_0) について

"基本群" $\pi_1(X, x_0)$ が Def される.

また各 $f : (X, x_0) \to (Y, y_0)$ について，群準同型

$f_* : \pi_1(X, x_0) \to \pi_1(Y, y_0)$ が Def される.

便利な定理　$(X, x_0) \overset{f}{\underset{g}{\rightrightarrows}} (Y, y_0)$ について

f が g に連続変形できる $\Rightarrow$ $f_* = g_*$

↖ 対偶の形で使うことが多い.

Part Ⅲ : 被覆写像

被覆の例

$$\begin{array}{c} \mathbb{R} \\ {\scriptstyle \varphi}\downarrow \\ S^1 \end{array}$$

被覆写像 $\varphi : Y \to X$ が Def される.

← いろんな分野に出てくる.

すごい定理 (cf. ガロア理論)

X が適切なクラスの弧状連結位相空間, $x_0 \in X$.

$$\{\varphi : Y \twoheadrightarrow X : Y: \text{弧状連結被覆}\}/\sim \ \overset{1:1}{\Longleftrightarrow} \ \{\pi_1(X, x_0) \text{ の subgroup}\}$$