

以下  $X, Y$  を位相空間とし,  $\mathcal{C}(X, Y)$  を  $X$  から  $Y$  への連続写像全体のなす集合とする. また  $I := [0, 1]$  (閉区間) とおく.

**問 1.**  $\phi, \psi \in \mathcal{C}(X, Y)$  とする. “ $\phi$  から  $\psi$  へのホモトピー” とは何か. 定義を述べよ.

**問 2.**  $X = S^1 := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 = 1\}$ ,  $Y = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  とする. また連続写像  $\phi : X \rightarrow Y$  を

$$\phi(x) := x \quad (x \in X = S^1)$$

として定め, 連続写像  $\psi : X \rightarrow Y$  を

$$\psi(x) := (1, 0) \quad (x \in X = S^1)$$

として定める. このとき, 以下の写像  $H : X \times I \rightarrow Y$  は  $\phi$  から  $\psi$  へのホモトピーを定めているか?

$$H : X \times I \rightarrow Y, (x, t) = ((x_1, x_2), t) \mapsto ((1-t)x_1 + t, (1-t)x_2).$$