

問 1. E, X, F を位相空間とし, $\pi : E \rightarrow X$ を連続写像とする.

(1) U を X の開集合とする. 「 U における π の F -局所自明化」の定義を述べよ.

(2) $\pi : E \rightarrow X$ が F -ファイバー束であることの定義を述べよ.

問 2. $S^1 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$, $\pi : \mathbb{R} \rightarrow S^1$, $\theta \mapsto \exp(2\pi i\theta)$ とおく. S^1 の開集合 V_+ を $V_+ := S^1 \setminus \{-1\}$ とし, $\pi^{-1}(V_+) = \mathbb{R} \setminus (\mathbb{Z} + 1/2)$ に注意する. また全単射写像

$$\pi|_{(-1/2, 1/2)} : (-1/2, 1/2) \rightarrow V_+, \theta \mapsto \exp(2\pi i\theta)$$

の逆写像を $\tau : V_+ \rightarrow (-1/2, 1/2)$ とおく *1. このとき, τ を用いて

$$\eta : \pi^{-1}(V_+) \rightarrow V_+ \times \mathbb{Z}, \theta \mapsto (\pi(\theta), [\theta + 1/2])$$

の逆写像を構成せよ. ただし実数 θ に対して,

$$[\theta + 1/2] := \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq \theta + 1/2\}$$

($\theta + 1/2$ の小数切り捨て) とおいた.

*1 memo: $\tau = (1/(2\pi i))\text{Log}$