

以下, U を位相空間, F を離散空間 (位相空間であって位相が離散位相であるもの) とし, $(u_0, v_0) \in U \times F$ を固定しておく. また $p_U : U \times F \rightarrow U$ を射影とする. さらに (Ω, ω_0) を基点付き空間 (位相空間とその点の組) とし, $f \in \mathcal{C}((\Omega, \omega_0), (U, u_0))$ とする.

問 1. $\tilde{f} \in \mathcal{C}((\Omega, \omega_0), (U \times F, (u_0, v_0)))$ であって, $p_U \circ \tilde{f} = f$ となるものが存在することを示せ.

問 2. Ω が連結であるとする. また $\tilde{f} \in \mathcal{C}((\Omega, \omega_0), (U \times F, (u_0, v_0)))$ が $p_U \circ \tilde{f} = f$ を満たすとする. このとき任意の $\omega \in \Omega$ について, $p_F(\tilde{f}(\omega)) = v_0$ となることを示せ. ただし $p_F : U \times F \rightarrow F$ は射影とする.

問 3. Ω が連結であるとする. また $\tilde{f}_1, \tilde{f}_2 \in \mathcal{C}((\Omega, \omega_0), (U \times F, (u_0, v_0)))$ が $p_U \circ \tilde{f}_1 = p_U \circ \tilde{f}_2 = f$ を満たすとする. このとき $\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2$ となることを示せ.